

# **CÁLCULO DO VALOR EM RISCO (VAR) PARAMÉTRICO VIA TESTE DE ANDERSON- DARLING EM ÉPOCAS DE CRISE: EVIDÊNCIA PARA O SETOR BANCÁRIO NACIONAL**

**HERICK FERNANDO MORALLES**

herick\_moralles@hotmail.com

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO - USP - SÃO CARLOS

**DAISY APARECIDA DO NASCIMENTO REBELATTO**

daisy@sc.usp.br

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO - USP

**Resumo:** *O PRESENTE ESTUDO PROPÕE UM MODELO DE CÔMPUTO DO VAR PARAMÉTRICO UTILIZANDO O TESTE DE ADERÊNCIA DE ANDERSON-DARLING A FIM DE IDENTIFICAR A MELHOR DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE PARA ATIVOS DO SETOR BANCÁRIO NACIONAL, DURANTE O ANO DE 2009, CARACTERIZADO POR UMA PROFUNDA CRISE FINANCEIRA. OS RESULTADOS INDICAM QUE O MODELO PROPOSTO É CAPAZ DE CALCULAR O VAR PARAMÉTRICO DE FORMA MAIS CONFIÁVEL DO QUE O MODELO COM PRESSUPOSTOS DE NORMALIDADE. ADEMAIS, AS DISTRIBUIÇÕES CAUCHY E LOGÍSTICA FORAM AS QUE TIVERAM MELHOR ADERÊNCIA AO DADOS AMOSTRAIS.*

**Palavras-chaves:** *VAR PARAMÉTRICO, ANDERSON-DARLING, BANCOS*

# PARAMETRIC VALUE AT RISK (VAR) CALCULATION VIA ANDERSON-DARLING TEST IN TIMES OF CRISIS: EVIDENCE FOR THE NATIONAL BANKING SECTOR

**Abstract:** *THIS STUDY PROPOSES A MODEL FOR PARAMETRIC VAR CALCULATION USING THE ANDERSON-DARLING GOODNESS-OF-FIT TEST TO IDENTIFY THE BEST PROBABILITY DISTRIBUTION FOR THE DOMESTIC BANKING SECTOR ASSETS DURING THE YEAR 2009, CHARACTERIZED BY A DEEP FIINANCIAL CRISIS. THE RESULTS INDICATE THAT THE PROPOSED MODEL IS ABLE TO CALCULATE THE PARAMETRIC VAR MORE RELIABLY THAN THE MODEL WITH NORMALITY ASSUMPTIONS. MOREOVER, THE CAUCHY AND LOGISTIC DISTRIBUTION HAD THE BEST ADHERENCE TO THE SAMPLE DATA.*

**Keyword:** *PARAMETRIC VAR, ANDERSON-DARLING, BANKS*

## 1. Introdução

A crescente evolução dos mercados financeiros, ao lado do grande volume de ativos negociados, faz com que a mensuração do risco seja a principal preocupação dos gestores, visto que os instrumentos de avaliação de risco possuem um papel crucial no desempenho de instituições financeiras, e conseqüentemente em sua capacidade de honrar compromissos.

Diante de tal situação foi desenvolvido nos anos noventa, o método VaR (Valor-em-risco), capaz de medir o risco de um portfólio, resumindo em um único número tal exposição às perdas. Tal facilidade de cálculo e interpretação fez com que o VaR fosse amplamente utilizado.

Contudo, o VaR e suas diferentes formas de cálculo possuem uma série de fragilidades, e atualmente, os modelos de cálculo de VaR tem se tornado cada vez mais complexos em termos matemáticos e computacionais, especialmente no âmbito do VaR calculado via teoria dos valores extremos.

Nesse sentido, o presente trabalho propõe um modelo de cômputo do VaR paramétrico, utilizando o teste de aderência de Anderson-Darling, a fim de identificar a melhor distribuição de probabilidade para ativos do setor bancário nacional.

Tal abordagem pretende verificar se existe uma distribuição de probabilidades comum para os ativos do setor bancário nacional em épocas de crise (ano de 2009), bem como propor uma forma mais simples de cálculo do VaR, independente dos pressupostos de normalidade, e que seja capaz de capturar diferentes tipos de caudas.

## 2. Valor em risco (Value-at-risk)

O VaR pode ser definido como a perda máxima esperada de uma carteira, a um nível de significância  $\alpha$  (ou nível de confiança  $1 - \alpha$ ), dentro de um horizonte temporal determinado. A exemplo, o J.P.Morgan utiliza um nível de confiança de 95% para um horizonte temporal de 20 dias (JORION, 1997). Sendo assim, a expectativa é de que a cada 20 dias haja uma perda que supere o VaR. (JORION, 1997; SOUZA, 1999).

Em verdade, o VaR pode ser calculado a partir da cauda esquerda da distribuição de probabilidade dos retornos do portfólio ou ativo individual, considerando que não existam grandes mudanças nas condições do mercado em questão (KHINDANOVA, 2001).

Assim, o VaR pode ser expressado pela Equação 1.

$$\Pr[\Delta P(\tau) < -VaR] = 1 - c \quad (1)$$

Onde,

$\Delta P(\tau)$  é a variação percentual dos retornos.

$c$  é o nível de confiança.

A Equação (1) contempla a idéia geral da teoria que cerne o VaR. Contudo, sua forma de cálculo não é única, existindo dentre outros, três principais categorias de cálculo para o VaR: Não-paramétrico, e Semi-paramétrico, Paramétrico.

Segundo (Wang et. al. 2010) dentre os métodos não-paramétricos estão os métodos de simulação histórica e simulação de Monte-Carlo. O método de simulação histórica utiliza a distribuição empírica dos retornos sem utilizar qualquer pressuposição probabilística, utilizando assim, o passado para prever o futuro. [Obviamente este método é falho em

considerar que os retornos futuros não irão se modificar].

Já o método da simulação de Monte-Carlo assume uma distribuição de probabilidade qualquer para simular os retornos de um ativo ou portfólio específico. [Tal método é falho no que tange à escolha da distribuição de probabilidade correta] (JORION (1997).

Quanto aos métodos semi-paramétricos, encontra-se especialmente a teoria dos valores extremos que estuda a perda na cauda da distribuição, diminuindo assim a importância dos valores centrais (Wang et. al. 2010).

O principal método de cálculo do VaR paramétrico, objeto do presente estudo, é conhecido como método da variância-covariância. Aqui, é assumida uma distribuição de probabilidade específica para o cálculo do VaR, que segundo (Wang et. al. 2010) pode ser expresso pela Equação 2.

$$VaR_t(\alpha) = \mu_t + \phi^{-1}(\alpha)\sigma_t \quad (2)$$

Onde,

$\mu$  e  $\sigma$  são os parâmetros de uma determinada distribuição de probabilidade  $\phi(\cdot)$ .

A título de exemplo, caso seja pressuposto que os retornos de um ativo sigam uma distribuição normal, o cálculo do VaR se resume em calcular o  $(1 - c)$  percentil da distribuição normal, que pode ser visualizada segundo Khindanova (2001) em (3).

$$1 - c = \int_{-\infty}^{z-c} \phi(z) dz \quad (3)$$

onde

$\phi(z)$  é a função densidade de probabilidade de uma distribuição normal padronizada, [seguindo a idéia de que os retornos do ativo sejam normalmente distribuídos].

Assim, os dados do ativo serão utilizados para calcular os parâmetros da distribuição em questão, e o VaR será calculado com base nos parâmetros de tal distribuição. Portanto, a eficiência do VaR paramétrico está intimamente relacionada com a distribuição de probabilidade da variável a ser analisada. O fato é que o conhecimento da correta distribuição de probabilidade como um todo e especialmente seus valores extremos, ganham importância ainda maior em épocas de instabilidade dos mercados, pois são esses eventos extremos que irão modificar as caudas da distribuição (SOUZA, 1999).

O computo do VaR, muitas vezes, é feito de modo a pressupor normalidade, especialmente para portfólios grandes e diversificados como afirma Jorion (1997), com o objetivo de simplificar seu cálculo.

Tal simplificação pode levar subestimação ou sobre-estimação do risco, caso estejamos considerando uma distribuição de probabilidade errônea, como demonstrado na FIGURA 1, que ilustra duas distribuições contínuas com diferentes caudas esquerdas. Nesse caso, é claramente observável a subestimação do risco de um ativo que possui distribuição de Gumbel (Valores extremos à esquerda), quando suposta a normalidade desse ativo (Barbachan et. al. 2008).

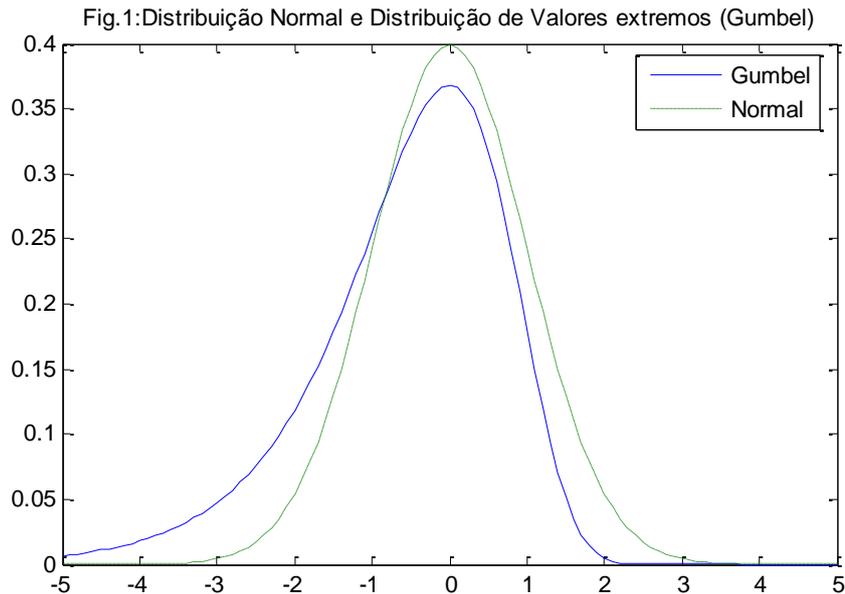


FIGURA 1 – Diferença nas caudas de distribuições distintas (Gráfico confeccionado em MATLAB®).

Este, ao que tudo indica, é o principal problema dos modelos paramétricos de VaR. Em sua maioria tais modelos pressupõem normalidade, quando na realidade é sabido que dados financeiros possuem natureza leptocúrtica, isto é, tendem a possuir caudas pesadas e excesso de curtose (Khindanova et. al. 2001).

A literatura acadêmica a respeito do ajuste de distribuição de probabilidade para cômputo do VaR é razoavelmente vasta, compreendendo as mais diversas abordagens. Assim, é possível citar trabalhos como Bali (2003) que propõe uma abordagem de distribuição de valores extremos para a estimativa do VaR, demonstrando que a teoria estatística de extremos propicia estimativas mais corretas para a gestão do risco.

Em Bhattacharyya et. al. (2008) é possível encontrar uma revisão de estudos que aborda a questão da não-normalidade dos retornos, mostrando que apesar dos esforços, as pesquisas estão longe de apontar para uma distribuição que se mostre mais adequada ao cômputo do VaR. O autor traz alguns exemplos como distribuição de t (BOLLERSLEV, 1987; HANSEN, 1994), a distribuição de erro generalizado (NELSON, 1991), a distribuição hiperbólica generalizada (EBERLEIN E KELLER, 1995; BARNDORFF-NIELSEN, 1997), distribuição estável (MCCULLOCH, 1996), a distribuição t não-central (HARVEY E SIDDIQUE, 1999), distribuição Gram-Charlier (JONDEAU E ROCKINGER, 2001), distribuição Pearson Tipo IV (PREMARATNE E BERA, 2001; YAN, 2005), a distribuição t inclinada (JONDEAU E ROCKINGER, 2003), a distribuição de Johnson SU (YAN, 2005), e mistura de distribuições normais (ALEXANDER E LAZAR, 2006).

Apesar de não existir um consenso sobre quais distribuições de probabilidade utilizar, e das fragilidades do VaR paramétrico sob pressupostos de normalidade, o VaR paramétrico mostra-se interessante por sua simplicidade de cálculo e eficácia, quando especificada corretamente a distribuição dos retornos, não devendo, portanto, ser abandonado como alternativa para o cômputo do VaR.

Nesse sentido, o presente trabalho utilizará o teste de aderência de Anderson-Darling para especificar a distribuição a ser utilizada no cálculo do VaR paramétrico.

### 3. Distribuições de probabilidade e teste de aderência de Anderson-Darling

Os testes de aderência são instrumentais estatísticos que permitem testar se duas amostras distintas pertencem à mesma população, ou se a distribuição de probabilidade de uma série de dados pertence a uma distribuição de probabilidade específica (teórica). Este último caso possui uma aplicação interessante para as ferramentas de gestão de risco, dada a importância do conhecimento da correta distribuição de probabilidade.

Tais testes, usualmente, são baseados na função densidade empírica (EDF) e uma dada distribuição de probabilidade. Assim, testa-se a aderência de uma série de dados a uma distribuição de probabilidade específica utilizando distâncias entre essas duas curvas (D'Agostino e Stephens, 1986).

Segundo Barbachan (2006), os principais testes de aderência baseados em distâncias e estatísticas EDF são o teste de Kolmogorov-Smirnov e o teste de Anderson-Darling. Nesses testes, a distância entre a EDF teórica e a EDF empírica é comparado a uma tabela de valores críticos para aceitar ou rejeitar a hipótese de que a amostra em questão (EDF empírica) pertence a uma determinada distribuição de probabilidade (EDF teórica).

Assim sendo, é efetuado o seguinte teste de hipótese:

$$H_0 : F(x) = F_0(x)$$

$$H_1 : F(x) \neq F_0(x)$$

Onde,  $F(x)$  a distribuição acumulada de uma amostra  $x$ , e  $F_0(x)$  uma distribuição de frequência acumulada teórica sob  $H_0$ ,

Diferentemente do teste de Kolmogorov-Smirnov, o teste de Anderson-Darling dá maior peso as caudas da distribuição de probabilidade, sendo o teste de aderência a ser escolhido no presente trabalho, visto que os gestores estão interessados no fato de que a distribuição de probabilidade dos retornos reflita bem as caudas da distribuição, ao invés dos valores centrais.

Shapiro (1990) apresenta a estatística do teste pela fórmula (4).

$$A^2 = \frac{- \left\{ \sum_{i=1}^n (2i-1) [\ln(Z_i) + \ln(1-Z_{n+1-i})] \right\}}{n} - n \quad (4)$$

Na fórmula (4), a variável  $Z_i$  é a padronização de uma determinada distribuição dos dados amostrais. Isso significa que o teste é dependente da distribuição que se está testando, e, portanto, o mesmo ocorre para os valores críticos a serem utilizados. Isso significa que se um pesquisador quiser testar a hipótese de uma determinada amostra ter distribuição de Weibull, necessitará uma tabela de valores críticos para o teste de Anderson-Darling, específica para a distribuição de Weibull. Contudo, apesar dessa dificuldade de obtenção de valores críticos, existe uma série de softwares que possuem tais tabelas ou são capazes de fazerem aproximações.

### 4. Método

Para a realização do presente trabalho, foi coletada na base Economática® a cotação diária de fechamento das ações dos principais bancos brasileiros com ações negociadas na BOVESPA durante o ano de 2009, caracterizado por uma profunda crise nos mercados

financeiros, a fim de verificar se existe algum padrão probabilístico nesse período.

Coletados os dados, foram calculados os retornos utilizando-se logaritmos naturais como na Equação (5). Salienta-se que as variações encontradas entre os dias representam os vários retornos diários, não sendo considerados outros pagamentos como dividendos e bonificações.

$$R_t = \ln r_t - \ln r_{t-1} \quad (5)$$

Já para as distribuições que não admitem valores negativos em seus domínios, usou-se a os exponenciais da variação percentual (retorno) em (5), o que mantém a proporcionalidade percentual, mas somente com valores positivos. Tal cálculo ocorre com (6).

$$Rp = \exp(R_t) \quad (6)$$

Calculados os retornos de cada banco para o ano de 2009, foi, então, realizado o teste de Anderson-Darling para cada um desses ativos, considerando-se 17 distribuições de probabilidade. São elas: Beta, Cauchy, Gumbel max, Gumbel min, Logística, Normal, Exponencial, Frechét, Exponencial, Gama, Gaussiana inversa, Lognormal, Pareto, Rayleigh, Weibull, Valores extremos generalizada, Pareto Generalizada. A descrição e o formato das distribuições citadas podem ser encontrados em Kleiber & Kotz (2003).

Assim, o teste irá informar qual delas é mais adequada à modelagem dos retornos de determinado ativo, dando maior peso às caudas da distribuição dos retornos. Tal etapa foi realizada utilizando-se o software Easyfit 5.5 professional, que produz um ranking das melhores aderências de distribuições teóricas para os dados.

Assim, para cada ativo, será obtido um gráfico comparativo entre as EDF empírica e teórica, tal como é exemplificado na FIGURA 2, para uma distribuição de Valores Extremos Generalizada (GEV).

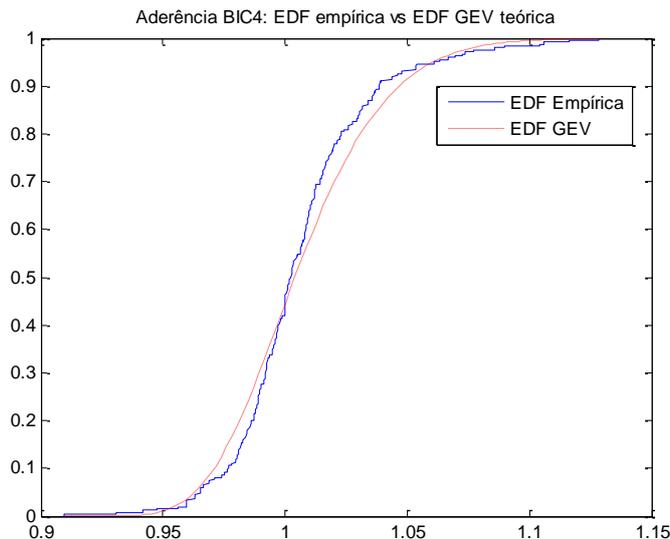


FIGURA 2 – Comparativo entre EDF's do ativo BICB4.

Dada a distribuição escolhida, será calculado o VaR pelo cômputo da cauda esquerda da distribuição, ou seja será calculada a área a esquerda de determinado ponto q que representa determinada probabilidade, como demonstra Jorion (1997) em (7).

$$1 - c = \int_{-\infty}^q \phi(\cdot) dz \quad (7)$$

Onde,

$\phi(\cdot)$  é a distribuição de probabilidade escolhida pelo teste de Anderson-Darling

$c$  é o nível de confiança escolhido, que para o presente estudo, será utilizado o nível de confiança de 95%, cujo valor é recomendado pelo RiskMetrics®.

Nessa etapa o cálculo do VaR foi realizado utilizando-se o software MATLAB 7.8.0 R2009a®, onde os parâmetros das distribuições são calculados numericamente por máxima verossimilhança.

## 5. Resultados

Este estudo utilizou em sua amostra oito ativos bancários negociados na BOVESPA, e o método descrito na seção 4 retornou o resultado da TABELA 1.

TABELA 1 – Resultados obtidos

Ativo	Melhor Distribuição apontada pelo teste AD	Parâmetros			VaR	VaR Normal
		$\mu$	$\sigma$	k		
ITAU4B	Logística	1,001677133	0,014394135	-	-0,04156	-0,022244701
BAZA3	Cauchy	0,999527679	0,010005797	-	-0,06576	-0,01707535
BBAS3	Logística	1,003132088	0,014077144	-	-0,03907	-0,020225925
BBDC4	Logística	1,001935593	0,012280053	-	-0,03482	-0,018432129
BICB4	Valores Extremos Generalizada	0,993975775	0,023268986	-0,057467975	-0,03291	-0,045309445
CRIV4	Cauchy	1,001173888	0,00878731	-	-0,05584	-0,013368918
CZRS4	Valores Extremos Generalizada	0,993970303	0,01878101	-0,043255891	-0,02751	-0,037620571
DAYC4	Logística	1,002725584	0,014288439	-	-0,04014	-0,020995681

Observando-se a TABELA 1, é possível verificar duas principais especificidades. A primeira, é que notavelmente, o teste de Anderson-Darling retorna a melhor aderência possível especialmente no que tange as caudas das distribuições. Isso pode ser verificado pela FIGURA 3.

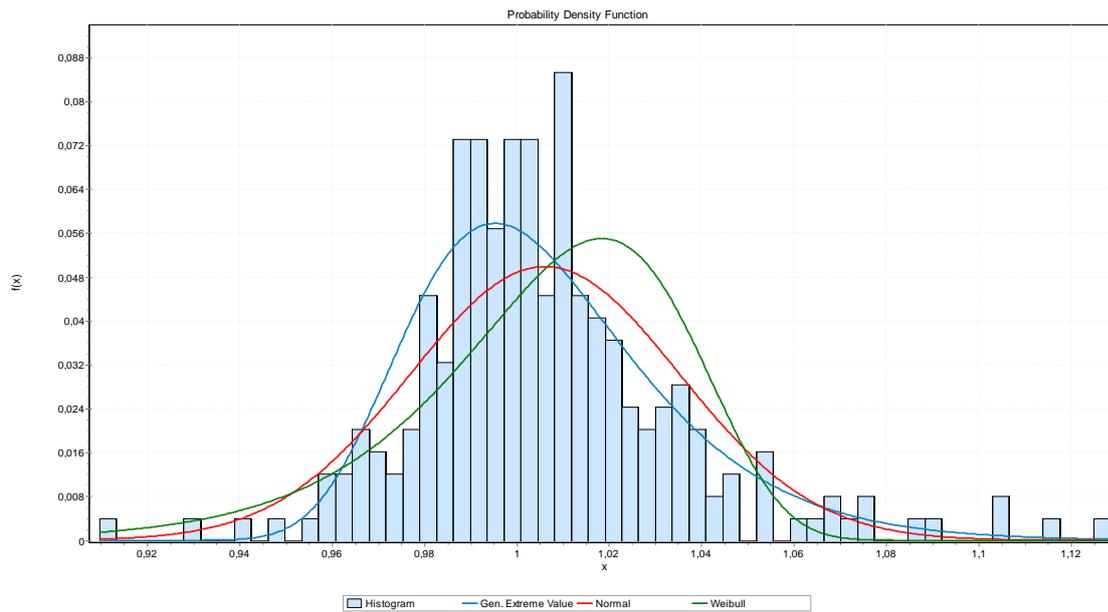


FIGURA 3 – Aderências probabilísticas para o ativo BICB4.

Pela FIGURA 3 observa-se que as outras distribuições, como Normal e Weibull, não possuem aderência tão boa quanto a distribuição de valores extremos generalizada apontada pelo teste. Isso significa que a escolha de outra distribuição implica na subestimação ou superestimação do VaR. No caso do pressuposto de normalidade, a TABELA 1 demonstra que em quase todos os ativos verificados o VaR, com pressuposto de normalidade, subestima o risco.

A segunda informação trazida pelos resultados da TABELA 1 diz respeito a grande ocorrência das distribuições Cauchy e Logística, que confirma conhecimento de que dados financeiros tendem a ser leptocúrticas, isto é, tendem a possuir caudas pesadas e excesso de curtose. Isso pode ser observado, por exemplo, na FIGURA 4.

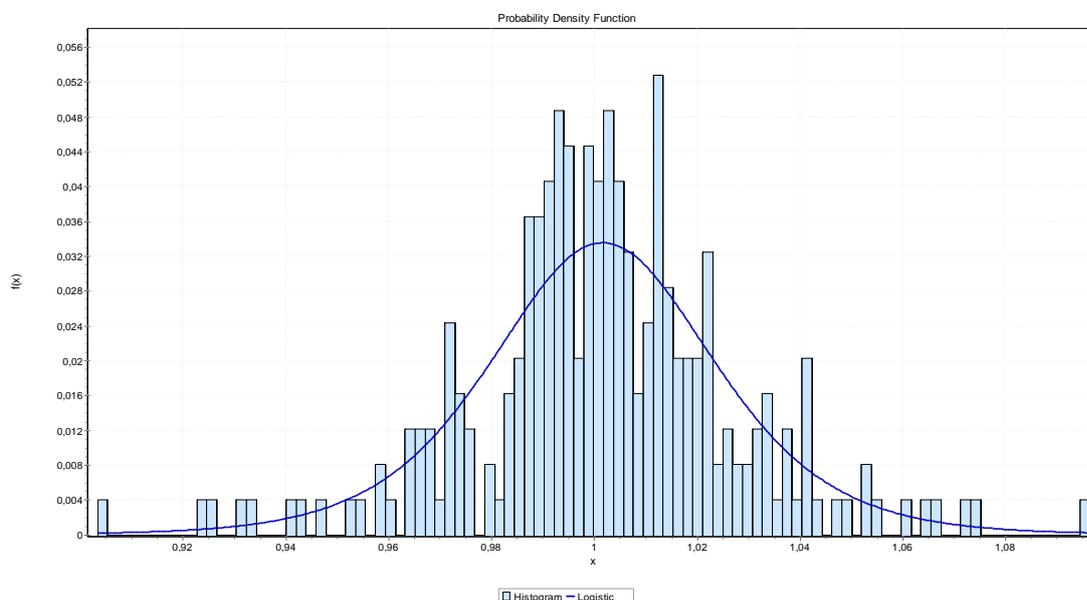


FIGURA 4 – Ativo ITAUB4 e distribuição Logística.

A FIGURA 4 acima demonstra que a grande ocorrência de distribuições do tipo Logística configura, de fato, o “maior peso” das caudas em épocas de crise. Contudo, o excesso de assimetria não é verificado, demonstrando que caudas mais pesadas à esquerda não ocorrem durante a crise. Apenas em dois casos observou-se a distribuição de valores extremos generalizada, característica de assimetria.

Isso denota que, em épocas de crise, o setor bancário brasileiro torna-se altamente volátil, no sentido de apresentar grandes perdas, mas também ganhos extraordinários, o que é evidenciado por ambas as caudas da distribuição estarem pesadas. Assim, o VaR tende a aumentar, fazendo o pressuposto de normalidade de fato ser inaplicável; contudo, a capacidade de ganhos também aumenta. Tal fato pode ser visualizado pela FIGURA 5.

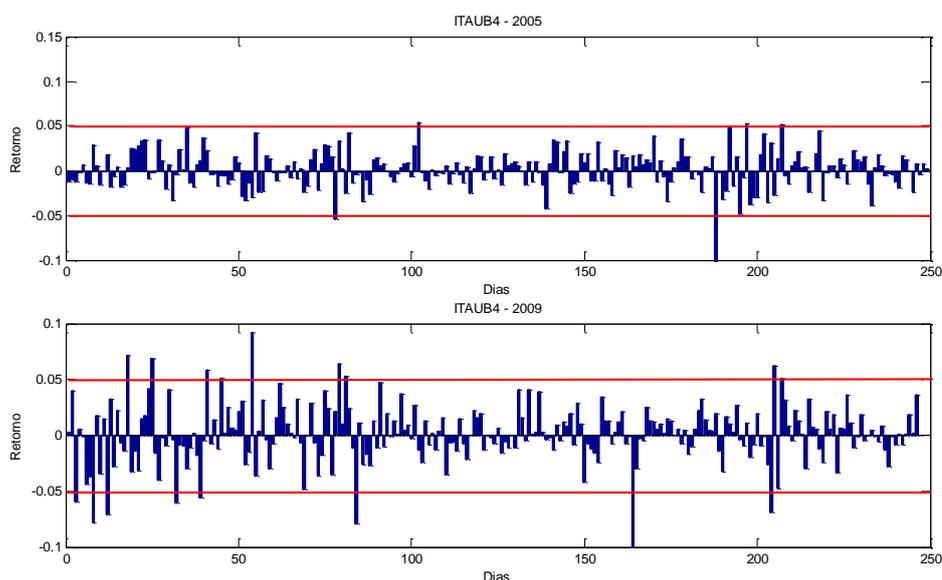


FIGURA 5 – Volatilidade do ativo ITAUB4 em 2005 e 2009

Assim sendo, na maioria dos casos observados, as distribuições encontradas foram simétricas, e quando isso não ocorreu, os parâmetros da distribuição de valores extremos generalizada possuíam parâmetros tais que a assimetria apresentava-se pouco preponderante. Portanto, o excesso de curtose foi o fator mais preponderante.

## 6. Considerações

Este trabalho propôs um método de cômputo do VaR paramétrico calcado no teste de Aderência de Anderson-Darling, para apoiar a escolha da distribuição de probabilidade a ser considerada.

Ademais, foi possível encontrar certo padrão distribucional para os ativos do setor bancário brasileiro em épocas de crise, sendo que houve grande preponderância das distribuições Cauchy e Logística. Assim, observa-se uma evidência de que, em épocas de crise, boa parte dos ativos bancários tem aumento de ambas as caudas das distribuições, mas permanecendo simétricas, via aumento da volatilidade.

Por fim, observou-se, ainda, que o VaR paramétrico calculado com o apoio do teste de aderência foi superior ao VaR com pressuposto de normalidade, o qual subestimaria o risco na maioria dos casos estudados.

O cálculo do VaR paramétrico é uma opção interessante, pois está alheio a esforços computacionais como nos casos do VaR calcado em simulações, bem como a grande complexidade matemática de modelos de risco que levam em conta volatilidade estocástica e teoria dos valores extremos. Portanto, por ser mais simples, está ao alcance do público em geral.

Apesar dos resultados obtidos, são necessários mais testes com outros setores da economia nacional, bem como ativos de outros países. Não obstante, ainda é necessário comparar a robustez do método proposto com outras formas de cômputo do VaR como Simulação de Monte-Carlo, Teoria dos valores extremos, e modelos que consideram volatilidade estocástica.

### Referências

- Bali, T. G. (2003), An Extreme Value Approach to Estimating Volatility and Value at Risk. *The Journal of Business*, Vol. 76, No. 1, 2003, pp. 83-108.
- Barbachan, J. S. F., Ornelas, J. R. H., Frias, A. R. (2006), Goodness-of-fit Tests Focuson Value-at-Risk Estimation, *Brazilian Review of Econometrics*, v. 26, no 2, pp. 309–326.
- Bhattacharyya, M., Chaudhary A., Yadav G. (2008), Conditional VaR estimation using Pearson's type IV distribution, *European Journal of Operational Research* 191, pp. 386–397.
- D'Agostino, R.B. and Stephens, M.A. (1986), *Goodness-of-Fit Techniques*. New York: Marcel Dekker.
- Jorion, P. (1997.), *Value at Risk: the new benchmark for controlling derivatives risk*. New York: McGraw Hill.
- Khindanova, I., Rachev, S., Schwartz, E. (2001), Stable Modelling for Value-at-Risk, *Mathematical and Computer Modelling*, 1223-1259.
- Kleiber, C., & Kotz, S. (2003) *Statistical size distributions in economics and actuarial sciences*, Wiley series in probability and statistics. Hoboken, New Jersey.
- Shapiro, S.S. (1990) How to test normality and other distributional assumptions. In: *The ASQC basic references in quality control: statistical techniques v. 3*, pp. 1–78.
- Souza, L. A. R. (1999), *Valor em Risco em Épocas de Crise*. Mimeo, tese de mestrado. São Paulo: FEA/USP.
- Wang, Z., Wu, W., Chen, C. and Zhou, Y. (2010), The exchange rate risk of Chinese yuan: Using VaR and ES based on extreme value theory, *Journal of Applied Statistics*, 37: 2, 265 — 282.