XVIII SIMPEP SIMPÓSIO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO
07 a 09 de novembro 2011
Sustentabilidade na Cadeia de Suprimentos

MIX DE PRODUÇÃO - ABORDAGEM PELO GANHO AO DIA

VINICIUS AMORIM SOBREIRO
sobreirovinicius@gmail.com
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS - EESC/USP

ENZO BARBERIO MARIANO
enzo.mariano@gmail.com
UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO - USP - SÃO CARLOS

MARCELO SEIDO NAGANO
drnagano@usp.br
UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO - USP - SÃO CARLOS

Resumo: *A DEFINIÇÃO DO MIX DE PRODUÇÃO É DE SUMA IMPORTÂNCIA PARA AS ORGANIZAÇÕES, APESAR DE COMUMENTE SER REALIZADA DE FORMA SUBJETIVA, POIS DETERMINA COMO OS RECURSOS PRODUTIVOS SERÃO ALOCADOS ENTRE DIVERSAS OPERAÇÕES. OS MÉTODOS COMUMENTE UTILIZZADOS PARA ESSA DEFINIÇÃO SÃO A PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA – P.L.I. E A TEORIA DAS RESTRIÇÕES – TOC, QUE UTILIZAM COMO MEDIDA DE DESEMPENHO A MAXIMIZAÇÃO DO GANHO TOTAL. ESSE INDICADOR, PORÉM, NÃO NECESSARIAMENTE PROPORCIONA A MAXIMIZAÇÃO DO GANHO POR DIA O QUE, EM ASPECTOS FINANCEIROS, É MUITO MAIS IMPORTANTE PARA A ORGANIZAÇÃO. NESSE SENTIDO, O OBJETIVO NESTE TRABALHO É APRESENTAR A ABORDAGEM DO GANHO POR DIA PARA DEFINIÇÃO DO MIX DE PRODUÇÃO E, TÃO LOGO, PROPOR UMA HEURÍSTICA CONSTRUTIVA PARA AUXILIAR NESSE PROCESSO. COMO RESULTADO, OBSERVOU-SE QUE A HEURÍSTICA PROPOSTA OBTEVE UMA APROXIMAÇÃO BASTANTE SATISFATÓRIA, QUANDO COMPARADA AOS VALORES ÓTIMOS OBTIDOS POR ENUMERAÇÃO, O QUE EVIDENCIA A IMPORTÂNCIA DE SUA UTILIZAÇÃO NA DEFINIÇÃO DO MIX DE PRODUÇÃO.*

Palavras-chaves: *MIX DE PRODUÇÃO; GANHO POR DIA; HEURÍSTICA CONSTRUTIVA.*

PRODUCT MIX - THE PROPOSAL OF CONTRIBUTION PER DAY

Abstract: *THE DEFINITION OF THE PRODUCT MIX IS VERY IMPORTANT FOR THE ORGANIZATIONS, BECAUSE IT DETERMINES AS THE PRODUCTIVE RESOURCES WILL BE ALLOCATED AMONG SEVERAL OPERATIONS. HOWEVER, THIS DEFINITION IS ACCOMPLISHED MOST OF THE TIME IN A SUBJECTIIVE MODE. THE METHODS COMMONLY USED FOR THIS DEFINITION ARE INTEGER LINEAR PROGRAMMING – ILP AND THE THEORY OF THE CONSTRAINTS – TOC, THAT USE AS MEASURE OF PERFORMANCE THE MAXIMIZATION OF THROUGHPUT. HOWEVER, THIS MEASURE DOES NOT ALLOW THE MAXIMIZATION OF THE CONTRIBUTION PER DAY THAT, IN FINANCIAL ASPECTS, IT IS MUCH MORE IMPORTANT FOR THE ORGANIZATION. TAKING THIS INTO ACCOUNT, THE OBJECTIVE IN THIS PAPER IS TO PRESENT THE PROPOSAL OF THE CONTRIBUTION PER DAY FOR DEFINITION OF THE PRODUCT MIX AND TO PROPOSE A CONSTRUCTIVE HEURISTICS TO HELP IN THIS PROCESS. THE RESULTS HIGHLIGHT THAT THE HEURISTICS PROPOSAL OBTAINED A SATISFACTORY APPROXIMATION OF THE OPTIMUM VALUES, WHICH WERE OBTAINED BY ENUMERATION THAT EVIDENCES THE IMPORTANCE OF THE HEURISTICS PROPOSAL FOR THE DEFINITION OF THE PRODUCT MIX.*

Keyword: *PRODUCT MIX; CONTRIBUTION PER DAY; CONSTRUCTIVE HEURISTICS*

1. Introdução

O mix de produção representa as quantidades de um determinado grupo de produtos que serão fabricados por uma unidade produtiva, em um determinado período de tempo, considerando aspectos produtivos, econômicos e estratégicos. De maneira geral, apesar de sua importância, a definição do mix de produção tem sido realizada de maneira subjetiva pelas organizações, visto a dificuldade de modelar os aspectos produtivos, econômicos e estratégicos deste problema.

A principal dificuldade na definição do mix de produção ocorre quando as organizações, principalmente as manufatureiras, apresentam quantidades limitadas de recursos para um determinado período de tempo o que, por sua vez, implica na escolha ou definição dos produtos a serem produzidos. Com base nesse contexto, pode-se dizer que a definição do mix de produção é um dos problemas mais fundamentais nas empresas manufatureiras, já que implica na otimização dos recursos produtivos visando à maximização de unidades produtivas. (WANG, SUN, & YANG, 2009, p. 4521).

Para fazer frente a essa dificuldade no processo de definição do mix de produção, são comumente empregados métodos que adotam, como principal medida de desempenho, a maximização do ganho total. Nesse contexto, o mix de produção que possibilita o máximo ganho total pode ser obtido por meio da aplicação da Programação Linear Inteira – P.L.I. Contudo, sua utilização geralmente é aplicada a problemas de pequeno porte, pois a mesma necessita, em problemas de grande porte, de grande quantidade de recursos computacionais para encontrar a solução ótima. Assim, outra solução bastante viável para o problema de definição do mix de produção é a utilização de heurísticas construtivas baseadas na Teoria das Restrições – TOC, que foi proposta e amplamente divulgada por Eliyahu M. Goldratt, a partir de 1970, mediante a publicação do livro "A Meta" (VERMA, 1997, p. 191). De acordo com Onwubolu (2001, p. 2066) e Tsai, Lai, & Chang (2007, p. 3422), a TOC geralmente apresenta resultados ótimos em problemas de pequeno porte, sendo que, em problemas de grande porte, proporciona bons resultados.

A P.L.I. e a TOC visam a maximização do ganho total, mas desconsideram um recurso extremamente importante para a empresa que é o tempo. Para alguns tipos de organização, como as que trabalham com encomendas e com data de entrega previamente combinada, o ganho total não fará muito sentido como um indicador de desempenho para definição do mix de produção, se o mesmo não for considerado em uma perspectiva temporal. Nesse sentido, o objetivo deste artigo é apresentar o problema da definição do mix de produção sob a perspectiva do ganho por dia, o que exigirá que se combine, em um mesmo método, questões de planejamento e de programação da produção. Visando cumprir esse objetivo, foi proposta uma heurística construtiva que realizasse tal combinação e realizada, posteriormente, uma experimentação computacional que comparou, em *50* problemas gerados aleatoriamente, o ganho por dia proporcionado pela heurística com a solução ótima, obtida pela enumeração de todas as possibilidades possíveis.

Além dessa introdução, esse artigo está estruturado como se segue. Na próxima seção são expostos os principais conceitos teóricos necessários para compreensão do ganho por dia. Na terceira seção, apresentam-se os procedimentos computacionais, isto é, a heurística proposta juntamente com um exemplo numérico. Na seção seguinte, mostram-se os resultados obtidos da experimentação computacional. Finalmente, na última seção são apresentadas as principais conclusões.

2. Revisão da Literatura

2.1 Mix de Produção

Com a Revolução Industrial, as organizações industriais evoluíram tanto no tamanho como na complexidade. Apesar desse processo proporcionar melhores condições a sociedade como um todo, o mesmo trouxe consigo diversos problemas, sendo que um desses está relacionado à difícil alocação dos recursos disponíveis para as diversas atividades da maneira mais eficiente para a organização industrial como um todo (HILLIER & LIEBERMAN, 2001, p. 1). Essa dificuldade é mais latente na área produtiva visto que, em um determinado período de tempo, a organização pode apresentar limitadas quantidades de recursos produtivos diante do necessário para atender a demanda, seja a mesma interna ou de mercado. Dentro desse escopo, um dos principais processos de tomada de decisão é a definição do mix de produção, ou seja, a decisão das quantidades a serem produzidas de cada produto.

Pode-se ilustrar a situação da definição do mix de produção por meio de um exemplo adaptado de Goldratt (1991, p. 62), que consiste em selecionar ou determinar as quantidades a serem produzidas de dois produtos, *P* e *Q*, considerando informações a respeito da capacidade dos recursos produtivos, da demanda de mercado, do preço de venda e do custo da matéria-prima, conforme apresentado na TABELA 1.

TABELA 1 - Dados para definição do mix de produção.

Produtos	**Recursos Produtivos (Min)**				**Demanda de Mercado (Unidades)**	**Preço de Venda ($)**	**Custo da Matéria-Prima ($)**	**Ganho ($)**
	1	**2**	**3**	**4**				
P	15	15	15	20	100	90	45	45
Q	10	30	5	5	50	100	40	60
Capacidades Disponíveis	2.400	2.400	2.400	2.400				
Capacidades Requeridas	2.000	3.000	1.750	2.250				
Diferenças	400	-600	650	150				

Fonte: Adaptado de Goldratt (1991, p. 61).

Com base nos dados apresentados na TABELA 1 é importante destacar que o *Recurso Produtivo* 2 não apresenta capacidade suficiente para que toda a demanda de mercado seja atendida, pois o mesmo apresenta *2.400* unidades e há uma necessidade de *3.000* unidades. Tal situação implica na necessidade da utilização de métodos para definição de um mix de produção, isto é, para definição das quantidades a serem produzidas dos produtos *P* e *Q* que, observando a limitação no *Recurso Produtivo 2*, maximize o ganho total, o que, por sua vez, pode ser solucionado pela aplicação da P.L.I.

2.2 Programação Linear Inteira – P.L.I.

A P.L.I. pode ser compreendida como um processo de planejamento das operações no qual todos os valores obtidos como solução para obtenção do resultado ótimo sejam inteiros (HILLIER & LIEBERMAN, 2001, p. 24). De acordo com Aryanezhad & Komijan (2004, p. 4232), a P.L.I. deve ser empregada ao problema de mix de produção considerando: (a) que as variáveis de decisão são as quantidades de cada produto a serem produzidas; (b) que a função objetivo é a maximização do ganho total, obtido com base no ganho unitário dos produtos; e (c) que as restrições do modelo representam as capacidades disponíveis para cada recurso e a

demanda de mercado. Com base nesses apontamentos, a formulação da P.L.I. do problema de Goldratt (1991, p. 62) é expressa da seguinte maneira, a saber:

$$
\begin{array}{lrcrcr}
\textit{Maximizar} & 45P & + & 60Q & & \\
\textit{Sujeito a} & 15P & + & 10Q & \leq & 2.400 \\
 & 15P & + & 30Q & \leq & 2.400 \\
 & 15P & + & 5Q & \leq & 2.400 \\
 & 20P & + & 5Q & \leq & 2.400 \\
 & P & & & \leq & 100 \\
 & & & Q & \leq & 50
\end{array}
$$

Deve ser ressaltado que os valores referentes às quantidades a serem produzidas devem ser inteiras e não-negativas, sendo que a solução ótima resultante para este problema é *100P+30Q*, com um ganho total *$6.300*.

2.3 Ganho por Dia

Para o problema exposto na TABELA 1, a P.L.I. obteve o ganho ótimo no valor de *$6.300*. Contudo, principalmente no que tange aos aspectos financeiros para a tomada de decisão, faz-se necessário considerar a questão do ganho por dia, especialmente nos casos, em que a organização apresente as seguintes características:

- *Sistema de Produção*: Encomenda – O cliente solicita quais serão as quantidades desejadas de um grupo de produtos, isto é, as quantidades demandadas. A organização, por sua vez, informa ao mesmo às quantidades que conseguirá atender com base na definição do seu mix de produção; e
- *Entrega da Produção*: Data Combinada – Em uma data combinada entre a organização e o cliente, todos os produtos serão entregue de maneira conjunta ao cliente.

Para tanto, visando identificar o ganho por dia, há a necessidade de se determinar, primeiramente, a quantidade de dias necessários para produção de um mix, o que implica na realização prévia de uma programação de produção que, por sua vez, consiste na definição da ordenação da produção em uma perspectiva temporal. Nesse sentido, deve-se destacar que a programação da produção foi realizada com base em um ambiente produtivo do tipo *Flow Shop*, que se caracteriza pelo fato de todas as tarefas necessárias para a produção de um produto apresentarem a mesma rota de processamento em todas as máquinas ou recursos produtivos.

Conforme destacam Baker & Trietsch (2009, pp. 11-13), várias medidas agregativas podem ser utilizadas para se avaliar a performance da Programação da Produção, sendo que dentre essas diversas medidas, o *Makespan*, que corresponde ao tempo necessário para se completar todas as tarefas necessárias para produção dos produtos, foi selecionado para tal propósito. O *Makespan* pode ser calculado com base no algoritmo apresentado na Figura 1.

```
1. For j = 1 to m
2.     For L = 1 to n
3.         If j = 1 and L = 1 then
4.             C(P_{L;j}; j) = t(P_{L;j}; j)
5.         End If
6.         If j = 1 and L > 1 then
7.             C(P_{L;j}; j) = C(P_{L-1;j}; j) + t(P_{L;j}; j)
8.         End if
9.         If j > 1 and L = 1 then
10.            C(P_{L;j}; j) = C(P_{L;j}; j - 1) + t(P_{L;j}; j)
11.        End If
12.        If j > 1 and L > 1 then
13.            C(P_{L;j}; j) = max{C(P_{L;j}; j - 1); C(P_{L-1;j}; j)} + t(P_{L;j}; j)
14.        End if
15.    Next L
16. Next j
17. Makespan = C(P_{n;m}; m)
```

FIGURA 1 - Algoritmo para o cálculo do *Makespan* em ambiente *Flow Shop*.

Em que:

Índices

$L=1,2,3,..,n$ ordem de produção de um produto em um recurso.

Variáveis

$P_{L;j}$ produto que ocupa a ordem de processamento L no recurso j;

$C(P_{L;j};j)$ data de término do produto $P_{L;j}$ no recurso j; e

$t(P_{L;j};j)$ tempo de processamento do produto $P_{L;j}$ no recurso j.

Com base nesses apontamentos, o *Makespan* corresponderá à data de término do processamento da última tarefa no último recurso produtivo, ou seja, o $C(P_{L;j};j)$. Consequentemente, o mesmo representará o tempo total para a produção do mix de produção o que, por sua vez, permitirá o cálculo do ganho por dia. Consequentemente, o ganho por dia será resultante do ganho total proporcionado pelo mix de produção divido pela quantidade de dias necessários para a produção do mesmo (*Makespan)*, conforme apresentado na Expressão 1:

$$Ganho\ por\ Dia = \frac{Ganho\ Total}{Makespan} \qquad (1)$$

A dificuldade no cálculo do Ganho por Dia se encontra na existência de diversos valores de *Makespan* para cada mix de produção, visto que a programação de produção dos produtos pode ser realizada de diversas maneiras. Por exemplo, considerando as informações apresentadas na TABELA 1, a produção pode ser iniciada (no *Recurso Produtivo 1)* pelo produto *P* e, posteriormente, o *Q*, ou pelo produto *Q* e, tão logo, o *P*.

Considerando que a programação da produção seja do tipo *Flow Shop*, para cada mix de produção existirão $(n!)^m$ maneiras de se programar a produção, onde n representa o número de produtos e m o número de recursos produtivos. Sendo assim, para o mix de produção *100P+30Q*, do problema apresentado na TABELA 1, que obteve o ganho ótimo, existirão *16*,

ou seja, $(2!)^4$ possibilidades de se programar a produção, que resultam em *16 Makespan* diferentes. Na TABELA 2 são apresentadas, para o mix de produção *100P+30Q*, todas as sequências de produção possíveis e os correspondentes *Makespan*, ganho total, e ganho por dia.

TABELA 2 - Ganho por Dia para o mix de produção.

Possibilidades de Programação	Recursos Produtivos				*Makespan* – Dias	Ganho Total	Ganho por Dia
	1	2	3	4			
1	*P; Q*	*P; Q*	*P; Q*	*P; Q*	4,62	$6.300	**$1.364,21***
2	*P; Q*	*P; Q*	*P; Q*	*Q; P*	4,72	$6.300	$1.334,12
3	*P; Q*	*P; Q*	*Q; P*	*P; Q*	5,35	$6.300	$1.178,18
4	*P; Q*	*P; Q*	*Q; P*	*Q; P*	5,24	$6.300	$1.201,59
5	*P; Q*	*Q; P*	*P; Q*	*P; Q*	5,45	$6.300	$1.155,67
6	*P; Q*	*Q; P*	*P; Q*	*Q; P*	5,56	$6.300	$1.134,00
7	*P; Q*	*Q; P*	*Q; P*	*P; Q*	5,45	$6.300	$1.155,67
8	*P; Q*	*Q; P*	*Q; P*	*Q; P*	5,35	$6.300	$1.178,18
9	*Q; P*	*P; Q*	*P; Q*	*P; Q*	4,83	$6.300	$1.305,32
10	*Q; P*	*P; Q*	*P; Q*	*Q; P*	4,93	$6.300	$1.277,75
11	*Q; P*	*P; Q*	*Q; P*	*P; Q*	5,56	$6.300	$1.134,00
12	*Q; P*	*P; Q*	*Q; P*	*Q; P*	5,45	$6.300	$1.155,67
13	*Q; P*	*Q; P*	*P; Q*	*P; Q*	4,83	$6.300	$1.305,32
14	*Q; P*	*Q; P*	*P; Q*	*Q; P*	4,93	$6.300	$1.277,75
15	*Q; P*	*Q; P*	*Q; P*	*P; Q*	4,83	$6.300	$1.305,32
16	*Q; P*	*Q; P*	*Q; P*	*Q; P*	4,72	$6.300	$1.334,12

*****O valor destacado em negrito é o maior ganho por dia para esse mix de produção.

Com base na TABELA 2, a primeira possibilidade de programação da produção é a que possibilita o maior ganho por dia possível (*$1.364,21*) para o mix de produção *100P+30Q*. Contudo, para os dados apresentados na TABELA 1, além do *100P+30Q* existem outras *5.150* possibilidades de mix diferentes, sendo que esse valor pode ser obtido pela multiplicação das demandas de cada produto acrescida de uma unidade, já que existe a possibilidade de não se produzir um produto. É importante frisar também que para cada possibilidade de mix existem $(n!)^m$ diferentes maneiras de se programar a produção. Com base nesse contexto, para o problema *P* e *Q*, a determinação do mix de produção que obtenha o maior ganho por dia é um processo de seleção, considerando uma perspectiva temporal, entre as *82.416 (5.151 x 16)* possibilidades de mix de produção existentes.

Para a situação apresentada na TABELA 1, o maior valor de Ganho por Dia, obtido em meio a todas as possibilidades, é *$2.160,00*, que é bem superior ao valor de *$1.364,21* proporcionado pela mix de produção *100P+30Q*. Esse Ganho por Dia é obtido por *458* mixes diferentes, tais como, por exemplo, o *49P+50Q* e o *25P+25Q*. Na TABELA 3 é apresentado um resumo das quantidades e do ganho por dia de todos os mixes de produção possíveis para o problema *P* e *Q*.

TABELA 3 - Resumo dos mix de produção para o problema.

Quantidades de Mix de Produção	Ganho por Dia
458	*$2.160,00*
37.545	Menor que *$2.160,00* e maior que *$2.160,00*
61	Igual a *$1.364,21*
44.352	Menor que *$1.364,21*

Com base na TABELA 3, fica evidente a diferença de se basear a definição do mix de produção na maximização do Ganho por Dia em relação à maximização do ganho total, ou seja, a diferença de se considerar o fator tempo na análise. Nesse sentido, visto a complexidade de se desenvolver um procedimento capaz de encontrar o mix ótimo de produção em termos de Ganho por Dia, uma heurística construtiva pode ser utilizada, já que as mesmas são procedimentos que visam de maneira fácil e rápida fornecer boas soluções (ZANAKIS & EVANS, 1981, p. 84). Assim, na próxima seção será apresentada uma heurística construtiva visando auxiliar na definição de mix de produção com base no Ganho por Dia.

3. Método Heurístico

3.1 Notação

Para o método heurístico apresentado a seguir a seguinte notação foi utilizada:

Índices

$k=1,2,3,...o$ mix de produção.

Variáveis

o	número de possibilidades de mix de produção;
d_i	demanda do produto i;
g_i	ganho unitário proporcionado pelo produto i;
q_i	quantidade produzida do produto i;
$M_k(q_1,q_2,...q_{nk})$	vetor mix de produção k;
M	matriz contendo todas as possibilidades de mixes de produção;
M^m	matriz "M" sem os mixes múltiplos;
M^{mi}	matriz "M" sem os mixes múltiplos e infactíveis;
R_j	capacidade do recurso j;
a_{ij}	consumo do recurso j requerido pelo produto i;
G_k	ganho proporcionado pelo mix k; e
LB_k	*Lower Bound* do mix k.

3.2 A Heurística Proposta

A heurística proposta, denominada "Corte SM", visa, primeiramente, identificar todos os mixes de produção possíveis para um determinado problema, e depois eliminar os mixes múltiplos e infactíveis, para facilitar o desempenho computacional. Vale ressaltar que os mixes múltiplos terão sempre o mesmo ganho por dia, devido ao fato de se estar trabalhando com uma razão (Ganho Total/*Makespan*).

Em seguida, é calculado pela heurística, de acordo com as formulações encontradas em Taillard (1993, p. 281), o *Lower Bound* para o *Makespan* de todos mixes de produção que

sobraram. Considerando esse limitante inferior, isto é, o *Lower Bound*, a heurística estima o "Ganho Total por *Lower Bound"* de cada mix e seleciona o que apresentar o maior valor. Para finalizar, todas as possibilidades de programação do mix selecionado são listadas, para que se possa encontrar o seu ganho por dia real. O pseudocódigo da heurística "Corte SM" é apresentado a seguir:

Passo 1: Calcule o número de possibilidades de mix (Expressão 2);

$$o = \prod_{i=1}^{n} (d_i + 1) \tag{2}$$

Passo 2: Obtenha o conjunto *M*;

$M_k(q_1,q_2,...,q_i,...,q_n) \in M$, para $k \in \{1,2,...,o\}$ e $q_i \in \{1,2,...,d_i\}$

Passo 3: Elimine os mixes múltiplos, ou seja, obtenha M^m;

Considerando $M_k(q_1,q_2,...,q_i,...,q_n) \in M$, tal que $q_i \leq (d_i/2)$, para todo $i=1,2,...,n$, elimine todos os $M_k(x*q_1,x*q_2,...,x*q_n) \in M$, para todo $x \in N$.

Passo 4: Elimine os mixes infactíveis afim de obter M^{mi};

$M_k(q_1,q_2,...,q_i,...,q_n) \in M^{mi}$, se e somente se $\sum_{i=1}^{n} a_{ij} * q_i \leq R_j$, para todo recurso *j*.

Passo 5: Calcule o ganho dos mixes de produção pertencente a M^{mi} (Expressão 3);

$$G_k = \sum_{i=1}^{n} g_i * q_i \tag{3}$$

Passo 6: Calcule o *Lower Bound* dos mixes de produção pertencentes a M^{mi} (Expressões 4, 5, 6 e 7);

$$b_{jk} = \underset{i}{Min} \left(\sum_{v=1}^{j-1} a_{iv} * q_i \right) \tag{4}$$

$$h_{jk} = \underset{i}{Min}\left(\sum_{v=j+1}^{m} a_{iv} * q_i\right) \quad (5)$$

$$T_{jk} = \sum_{i=1}^{n} a_{ij} * q_i \quad (6)$$

$$LB_k = Max\left\{\underset{j}{Max}(\mathrm{b_{jk}} + \mathrm{h_{jk}} + \mathrm{T_{jk}}); \underset{i}{Max}\left(\sum_{j=1}^{m} a_{ij} * q_i\right)\right\} \quad (7)$$

Passo 7: Identifique o mix, pertencente a M^{mi}, com o maior "*Ganho Total/Lower Bound*" (Expressão 8);

$$Ganho\ Total\ /Lower\ Bound\ de\ M_k = \frac{G_k}{LB_k} \quad (8)$$

Passo 8: Enumere todas possibilidades de programação do mix selecionado;

Deve ser determinado todas as permutações da matriz $P_{L;j}$.

Passo 9: Calcule do *Makespan* para cada sequência de programação;

Utilize o algoritmo apresentado na Figura 1.

Passo 10: Identifique a programação que forneça o maior ganho por dia.

4. Experimentação Computacional

Com o objetivo de testar a heurística apresentada na Seção 3, uma extensa experimentação computacional foi realizada visando comparar a heurística proposta com os valores ótimos obtidos por enumeração. Assim, a heurística proposta foi testada na resolução de *50* problemas gerados aleatoriamente, contendo *i* de *2* ou *3*, *j* de *4* até *8*, e *q* de *1* até *8*. Além disso, ambas heurísticas foram desenvolvidas em VBA e testadas em computador Intel Pentium 4, CPU com 3 GHz, e 2 GHz de memória RAM. Na TABELA 4 são apresentadas as principais características dos problemas.

TABELA 4 - Dados dos problemas 1 a 50.

Problema	Número de Produtos (*i*)	Número de Recursos (*j*)	Número de Gargalos (*q*)	*%q*
1	2	3	1	33,33%
2	2	3	2	66,67%
3	2	3	3	100,00%
4	2	4	1	25,00%
5	2	4	1	25,00%
6	2	4	2	50,00%
7	2	4	3	75,00%
8	2	4	4	100,00%
9	2	5	1	20,00%
10	2	5	2	40,00%
11	2	5	3	60,00%
12	2	5	4	80,00%
13	2	5	5	100,00%
14	2	6	1	16,67%
15	2	6	2	33,33%
16	2	6	3	50,00%
17	2	6	4	66,67%
18	2	6	5	83,33%
19	2	6	6	100,00%
20	2	7	1	14,29%
21	2	7	2	28,57%
22	2	7	3	42,86%
23	2	7	4	57,14%
24	2	7	5	71,43%
25	2	7	6	85,71%
26	2	7	7	100,00%
27	2	8	1	12,50%
28	2	8	2	25,00%
29	2	8	3	37,50%
30	2	8	4	50,00%
31	2	8	5	62,50%
32	2	8	6	75,00%
33	2	8	7	87,50%
34	2	8	8	100,00%
35	3	3	1	33,33%
36	3	3	2	66,67%
37	3	3	3	100,00%
38	3	4	1	25,00%
39	3	4	2	50,00%
40	3	4	3	75,00%
41	3	4	4	100,00%
42	3	5	1	20,00%
43	3	5	2	40,00%
44	3	5	3	60,00%
45	3	5	4	80,00%
46	3	5	5	100,00%
47	3	6	1	16,67%
48	3	6	2	33,33%
49	3	6	3	50,00%
50	3	6	6	100,00%

Para efeitos de exemplificação, considerando os dados apresentados na TABELA 4, o problema *40* é composto de três produtos, quatro recursos, sendo três deles gargalos, aproximadamente *75%*. Na TABELA 5 são apresentados os resultados obtidos e o tempo necessário para obtenção dos mesmos, mediante a aplicação da heurística proposta, além das

soluções ótimas calculadas por meio da enumeração de todas as possibilidades de mix e de programação da produção de cada problema.

TABELA 5 - Resultados obtidos para cada problema.

Problema	Ganho por Dia		Tempo de Processamento	
	Enumeração	Heurística Proposta	Enumeração	Heurística Proposta
1	745,36	745,36	00:00:12	00:00:06
2	1.154,72	1.067,32	00:08:44	00:08:07
3	726,37	682,13	00:12:15	00:11:34
4	2.160,00	2.160,00	00:00:54	00:00:31
5	344,95	335,19	00:02:12	00:01:28
6	326,94	303,79	00:00:35	00:00:19
7	156,31	146,06	00:00:49	00:00:35
8	442,69	411,68	00:01:58	00:01:24
9	599,25	595,27	00:08:42	00:05:24
10	8,14	7,58	00:00:23	00:00:06
11	408,30	389,08	00:00:48	00:00:15
12	99,29	99,29	00:17:54	00:12:50
13	141,59	132,83	00:00:09	00:00:02
14	178,40	172,63	00:11:54	00:04:48
15	39,77	39,08	00:00:39	00:00:05
16	200,16	194,62	00:31:30	00:17:28
17	340,93	326,15	00:05:15	00:01:30
18	256,93	252,55	00:00:56	00:00:09
19	155,25	148,70	00:24:16	00:12:54
20	262,21	257,16	00:12:27	00:03:15
21	105,61	103,81	00:12:22	00:02:16
22	171,62	168,28	00:11:53	00:02:15
23	186,04	183,57	00:02:40	00:00:14
24	236,31	233,05	00:04:54	00:00:34
25	137,82	132,28	00:12:44	00:02:24
26	115,86	115,86	00:39:28	00:13:34
27	147,60	147,60	00:03:15	00:00:05
28	65,61	61,49	00:03:50	00:00:14
29	173,36	172,84	00:46:24	00:08:51
30	183,64	182,09	00:19:14	00:01:36
31	128,35	118,80	00:34:38	00:04:48
32	8,65	8,56	00:11:50	00:00:43
33	245,28	219,25	00:55:24	00:09:27
34	84,70	78,28	00:00:58	00:00:03
35	439,70	407,61	00:08:36	00:00:08
36	913,09	913,09	00:02:01	00:00:02
37	2.014,69	1.492,57	00:10:16	00:00:10
38	284,68	268,11	01:12:35	00:00:12
39	416,91	390,89	01:15:05	00:00:17
40	525,13	429,37	02:05:18	00:00:26
41	428,25	339,89	00:03:33	00:00:03
42	284,80	201,50	01:59:14	00:00:17
43	734,14	573,92	12:18:43	00:00:41
44	100,42	96,04	00:49:39	00:00:16
45	511,24	443,28	02:30:48	00:00:18
46	518,534	430,91	04:52:11	00:00:21
47	333,88	330,63	33:50:54	00:01:53
48	144,70	140,14	09:58:44	00:01:45
49	412,16	390,32	21:55:24	00:01:45
50	681,47	650,93	20:24:24	00:01:46

O resumo dos resultados obtidos pela heurística proposta, para as oito principais classes dos problemas, ou seja, para as diferentes quantidades de gargalos existentes em cada mix de produção é apresentado na TABELA 6 com base no Desvio Relativo Médio – *DRM* e intervalo de confiança com *95*% de nível de significância considerando a distribuição normal.

TABELA 6 - Desvio Relativos Médios por número de gargalos.

Número de gargalos	**DRM da heurística em relação à enumeração**	
	Ganho por dia	**Tempo de processamento**
1	-4,73%	-72,06%
2	-6,23%	-78,70%
3	-7,62%	-70,68%
4	-6,78%	-72,84%
5	-6,72%	-87,23%
6	-3,44%	-80,45%
7	-5,31%	-74,28%
8	-7,58%	-94,83%
Média	-6,05%	-78,88%
Intervalo de Confiança (95%)	1,9%	7,52%

O *DRM* foi calculado conforme a Expressão 9, aonde, $f(h)$ é o Ganho por Dia, ou o Tempo de Processamento, obtido pela heurística proposta e f^* é o Ganho por Dia, ou o Tempo de Processamento, obtido pelo processo de enumeração.

$$DRM = \frac{(f(h) - f^*)}{f^*} \cdot 100 \qquad (9)$$

Conforme apresentado na TABELA 6, no tocante aos aspectos práticos, a heurística proposta apresentou um excelente desempenho quando comparada a enumeração, visto que foi capaz de reduzir o tempo computacional em cerca de *79*%, em média, ao mesmo tempo em que suas soluções obtidas, em termos de ganho por dia, foram em média apenas *6*% (com um intervalo de confiança de mais ou menos *2*%) piores que as soluções ótimas. Fora isso, em *6* dos *50* problemas, as soluções da heurística foram as ótimas. Além disso, é importante destacar que na medida em que aumentou o tamanho do problema, em termos de número de recursos e número de produtos, a diferença entre o tempo de processamento da heurística e da enumeração ficou cada vez maior, tendendo a *100*% de economia de tempo para a heurística. Por outro lado, a diferença entre o ganho por dia ótimo e o dado pela heurística se manteve em *6*% independentemente do tamanho do problema.

Deve ser enfatizado, por fim, que o bom desempenho da heurística se manteve em todas as classes de problemas, ou seja, em problemas com diferentes números de gargalos. Linhares (2009, p. 128) aponta que um dos principais problemas das heurísticas desenvolvidas para a definição de mix de produção, visando a maximização do ganho total, apesar de sua eficiência na solução de problemas mais complexos, é a dificuldade de obtenção de boas soluções para problemas com apenas um gargalo. Conforme exposto na TABELA 6, porém, a heurística proposta nesse artigo não apresenta tal dificuldade, visto que conseguiu encontrar boas soluções até mesmo para problemas bem simples.

5. Conclusões

Neste artigo foi apresentada a abordagem do Ganho por Dia para auxiliar no processo de definição de mix de produção, visto que tal abordagem considera como principal medida de maximização não apenas o Ganho Total, mas o mesmo em uma perspectiva temporal, aspecto não observado na utilização da P.L.I. para definição do mix de produção. De maneira prática, esse problema compreende a definição das quantidades as serem produzidas considerando a relação entre ganho e tempo de produção, quando os recursos produtivos não apresentam capacidades suficientes para atender a toda demanda. Entretanto, a definição do mix de produção considerando Ganho por Dia não é um problema de fácil solução, visto que já para problemas de pequeno porte, existe um número elevado de soluções possíveis. Dentro desse contexto, foi proposta e testada uma heurística construtiva, denominada Corte SM, que apresentou resultados bastante satisfatórios em termos de qualidade de solução e principalmente de tempo de processamento, quando comparado aos valores ótimos obtidos por enumeração. Assim, pode-se concluir que a heurística proposta pode ser utilizada para se definir mix de produção considerando o Ganho por Dia.

Referências

ARYANEZHAD, M. B.; KOMIJAN, A. R. An improved algorithm for optimizing product mix under the theory of constraints. *International Journal of Production Research*, 42, n. 15, October 2004. 4221-4233.

BAKER, K. R.; TRIETSCH, D. *Principles of sequencing and scheduling*. New Jersey: John Wiley & Sons, 2009. 510 p.

GOLDRATT, E. M. *A síndrome do palheiro*: garimpando informações num oceano de dados. Tradução de Claudiney Fullmann. 2. ed. São Paulo: Educator, 1991.

HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. *Introduction to operations research*. 7ª. ed. New York: McGraw-Hill, 2001. 1214 p.

LINHARES, A. Theory of constraints and the combinatorial complexity of the product-mix decision. *International Journal Production Economics*, n. 121, 2009. 121-129.

ONWUBOLU, G. C. Tabu search-based algorithm for the TOC product mix decision. *International Journal of Production Research*, 39, n. 10, 2001. 2065-2076.

TAILLARD, E. Benchmarks for basic sheduling problems. *European Journal of Operation Research*, 1993. 278-285.

TSAI, W. H.; LAI, C. W.; CHANG, J. C. An algorithm for optimizing joint products decision based on the Theory of Constraints. *International Journal of Production Research*, 45, n. 15, August 2007. 3421-3437.

VERMA, R. Management Science, Theory of Constraints/Optimized Production Technology and Local Optimization. *Omega*, 25, n. 2, 1997. 189 - 200.

WANG, J. Q.; SUN, S. D.; YANG, H. A. Theory of constraints product mix optimisation based on immune algorithm. *International Journal of Production Research*, 47, n. 43, August 2009. 4521-4543.

ZANAKIS, S. H.; EVANS, J. R. Heuristic "Optimization": Why, When, and How to Use It. *Interfaces*, 11, n. 5, October 1981. 84-91.