

Problema de Estoque e Roteirização com Demanda Determinística e Estocástica: Revisão da Literatura

Patrícia Prado Belfiore (USP) patricia.belfiore@poli.usp.br

Oswaldo Luiz do Valle Costa (USP) oswaldo@lac.usp.br

Luiz Paulo Lopes Fávero (USP) lpfaver@usp.br

Resumo

Este trabalho apresenta os principais modelos encontrados na literatura do problema de estoque e roteirização, tanto com demanda determinística quanto estocástica. O problema consiste em determinar quando e quanto entregar de mercadoria para cada cliente e quais roteiros de entregas utilizar, com o objetivo de minimizar os custos de estoque e distribuição, de modo que as demandas de todos clientes sejam atendidas.

Palavras-chave: Problema de estoque e roteirização, Estoque gerenciado pelo fornecedor, Pesquisa Operacional.

1. Introdução

A eficiência e competitividade de cada empresa dependem do desempenho da cadeia de abastecimento, fazendo com que o ganho individual esteja diretamente inter-relacionado com o ganho total da cadeia de suprimentos. Iniciativas importantes visando elevar os ganhos totais da cadeia têm surgido nas indústrias, com o amparo do Movimento ECR (*Efficient Consumer Response*) ou Resposta Eficiente ao Consumidor. Uma das técnicas propostas pelo ECR é o VMI (*Vendor Managed Inventory*) ou Estoque Gerenciado pelo Fornecedor, que tem sido muito disseminado na indústria mundial. O VMI tem como objetivo a redução de custos através da integração dos componentes da cadeia de abastecimento. O processo de reposição através do VMI pode ocorrer em qualquer elo da cadeia de abastecimento. Segundo Campbell *et al.* (1998) o VMI é uma das recentes tendências da logística.

O VMI é uma técnica no qual o fornecedor controla os níveis de estoque de seus clientes, e decide quando e quanto entregar de mercadoria para cada cliente. Sendo assim, os cálculos são realizados por um algoritmo cadastrado no fornecedor, formado por parâmetros pré-estabelecidos pelo vendedor e comprador e baseado nas informações obtidas do cliente. Nesse modelo o cliente é apenas informado da quantidade que será enviada. Desta maneira, ele faz um acompanhamento, monitora, mas não controla o processo.

Em muitas aplicações, o vendedor, além de controlar os estoques dos clientes, também administra uma frota de veículos para transportar os produtos aos clientes. Neste caso, o objetivo do vendedor é não só administrar o reabastecimento ótimo dos estoques como também a distribuição dos produtos. Este problema é chamado Problema de Estoque e Roteirização ou *Inventory Routing Problem* (IRP). O IRP tem como característica a política VMI e desenvolve metodologias para solução deste problema.

A política VMI beneficia tanto o vendedor quanto o cliente. Do lado do fornecedor, a utilização de recursos é mais uniforme, reduzindo os custos totais de produção, estoque e transporte. Para o cliente, as vantagens são o aumento do nível de serviço e o fato de que ele investe menos recursos no controle do nível de estoque e pedidos. O VMI elimina, portanto, uma das causas do “efeito chicote” (*bullwhip effect*) identificadas por Lee *et al.* (1997), que consiste em variações ou flutuações cada vez maiores quanto mais a montante da cadeia de suprimentos, em resposta a pequenas variações na ponta de consumo, ocasionadas por incertezas e *lead times* elevados, entre outros fatores (Znamensky e Cunha, 2003).

Este trabalho faz uma revisão dos principais modelos e métodos de resolução do IRP encontrados na literatura, com objetivo de contribuir para futura aplicação destas técnicas no contexto brasileiro.

2. Definição e Classificação do Problema de Estoque e Roteirização

O Problema de Estoque e Roteirização (IRP) trata da distribuição de um ou mais produtos, a partir de um ou mais centros de distribuição, que atendem N clientes dentro de um horizonte de planejamento T . Cada cliente i consome o produto a uma taxa u_i e tem uma capacidade de armazenagem C_i . O nível de estoque do cliente i no instante t é I_i^t . A distribuição dos produtos pode ser feita através de uma frota de veículos homogênea ou heterogênea e cada veículo tem uma capacidade C_v . A quantidade entregue ao cliente i no instante t é Q_i^t . Define-se $c_{est,i}$ o custo de armazenagem do cliente i .

O objetivo é minimizar o custo médio diário de distribuição durante o horizonte de planejamento de modo que não haja falta de estoques para os clientes. Pode-se adicionar ao modelo custos de estoque, custos de falta (admitindo que pode ocorrer falta de produtos) e até mesmo a função lucro em função dos produtos entregues ou das vendas.

A cada instante t , são tomadas decisões de roteamento de veículos e reabastecimento de estoque dos clientes. As decisões são tomadas diariamente.

O custo de uma decisão no instante t pode incluir:

- Custo de transporte c_{ij} dos arcos (i, j) ;
- Lucro: se for entregue uma quantidade Q_i^t ao cliente i no instante t , o vendedor tem um lucro de $L_i(Q_i^t)$;
- Penalidade de falta $p_i(s_i^t)$ se a demanda s_i^t do cliente i no dia t não for atendida. A demanda não atendida é tratada como demanda perdida e não atraso na entrega;
- Custo de estoque $c_{est,i}$ que pode ser definido como $c_{est,i}(I_i^{t-1} + Q_i^t - u_i)$, onde:
 - I_i^{t-1} – nível de estoque do cliente i no dia anterior.
 - Q_i^t – quantidade entregue ao cliente i no dia t .
 - u_i – demanda diária do cliente i .

O custo de estoque também pode ser modelado como uma função da média de estoque de cada cliente durante o período de tempo.

O Problema de Estoque e Roteirização engloba três decisões:

- Quando atender cada cliente;
- Quanto entregar de mercadoria para cada cliente;
- Qual o melhor roteiro de entrega.

O IRP engloba vários elementos, portanto, a classificação deste problema não é uma tarefa simples. Uma classificação para problemas de Estoque e Roteirização foi proposta por Baita *et al.* (1998) e está apresentada abaixo no Quadro 1.

Elemento	Atributo	Alternativas		
Topologia da rede de atendimento	Pontos de abastecimento ou distribuição	Um para um	Um para muitos	Muitos para Muitos
Itens a serem entregues	Número	Um	Muitos	
Demanda	Tipo	Determinística	Estocástica	
	Comportamento	Constante	Variável	
	Distribuição entre clientes	Uniforme	Não uniforme	
Decisões	Domínio	Frequência de atendimento	Instante de atendimento	
Restrições	Capacidade dos veículos	Igual	Diferente	
	Capacidade de estocagem			
	Capacidade de abastecimento			
	Número de Veículos	Fornecido	Variável de decisão	Não restritivo
Custos	Estoque	Manutenção	Falta	Pedido
	Distribuição	Fixo	Proporcional à distância	Proporcional ao número clientes
Estratégia de solução	Decomposição	Tempo	Agrupa-roteiriza	
	Agregação	Tempo	Frequência	Distância
	Algoritmo	Exato	Aproximado	
	Programação matemática	Linear	Inteira	Não linear

Quadro 1 – Elementos de classificação para problemas de Estoque-Roteirização

Como o número de elementos para um Problema de Estoque e Roteirização é elevado, o total de combinações torna a enumeração dos diversos tipos de problemas virtualmente impossível (Znamensky e Cunha, 2003).

3. Revisão da Literatura

3.1 Problema de Estoque e Roteirização com demanda determinística

Fisher e Jaikumar (1981) estudaram o problema de roteirização e estoque na empresa *Air Products*, produtora de gases industriais. O objetivo é maximizar o lucro em função dos produtos entregues menos os custo das entregas ao longo de vários dias. Ao invés de considerar a demanda uma variável aleatória ou completamente determinística, a demanda é dada pelo limite máximo e mínimo do total de mercadorias entregues para cada cliente em cada período do horizonte de planejamento. Um modelo de programação inteira determina o número de entregas por cliente, o volume entregue

para cada cliente, especifica as rotas e o tempo de início das mesmas. Este modelo de programação inteira é resolvido pelo método dual Lagrangiano.

Bell *et al.* (1983) propuseram um modelo de programação inteira para o Problema de Roteirização e Estoque da *Air Products*. As decisões são tomadas através de um sistema de decisão ou otimizador que, a partir de dados históricos, define as rotas para os próximos 2 a 5 dias. O sistema utiliza um algoritmo de relaxação Lagrangiana para resolver o modelo de programação inteira mista. Primeiramente, um programa define possíveis rotas com no máximo quatro clientes por rota a serem incluídas no modelo de programação inteira mista. Definida as possíveis rotas na primeira etapa, na segunda fase o modelo de programação mista decide para cada instante de tempo, quais rotas serão selecionadas para cada veículo e a quantidade de mercadoria entregue para cada cliente no final do dia. O objetivo do modelo é maximizar a quantidade de produtos entregues menos os custos de fazer estas entregas. A demanda é determinística, o número de veículos, motoristas e quantidade de produto é limitado, múltiplas entregas (vários clientes), o horizonte de planejamento é de longo prazo (2 a 5 dias), múltiplos depósitos. Os veículos diferem em características como capacidade e custos de operação.

Blumenfeld *et al.* (1985, 1987) analisaram redes de distribuição com entrega direta de fornecedor para consumidor ou via terminais de consolidação. São analisados os *trade-offs* entre essas duas formas de distribuição e identificadas as configurações de custo que tornam uma mais vantajosa que a outra. O modelo considera demanda determinística, número de veículos ilimitado e um horizonte de planejamento de longo prazo. Uma extensão deste modelo é apresentada por Burns *et al.* (1985).

Burns *et al.* (1985) desenvolveram equações aproximadas aplicadas tanto no caso em que os veículos visitam apenas um cliente por rota quanto no caso de vários clientes por rota. A demanda é determinística, o número de veículos é ilimitado, diretas e múltiplas entregas, o horizonte de planejamento é de longo prazo.

Dror, Ball e Golden (1985) desenvolveram um modelo de programação inteira que define, para cada cliente, o dia t^* ótimo de reabastecimento e o aumento esperado no custo se os clientes forem visitados no dia t ao invés de t^* . Através da probabilidade de falta em um determinado dia no período de planejamento, do custo médio de entrega de mercadorias, do custo antecipado de falta, calcula-se o dia ótimo t^* de reabastecimento para cada cliente que minimiza o custo total esperado. Se t^* cai dentro do período de planejamento de curto prazo, o cliente será visitado, e um valor c_t é computado para cada um dos dias no período de planejamento que reflete um aumento nos custos futuros se a entrega é feita no dia t ao invés do dia t^* . Se t^* cai fora do período de planejamento de curto prazo, um ganho futuro g_t pode ser computado por fazer a entrega ao cliente no dia t do período de planejamento de curto prazo. Estes valores refletem os efeitos de longo prazo das decisões de curto prazo. Um modelo de programação inteira agrupa clientes aos veículos e minimiza a soma destes custos mais o custo de transporte para um dia. O Problema do Caixeiro Viajante ou Problema de Roteirização de Veículo resolve a segunda etapa. O problema anual é reduzido em uma série de subproblemas semanais. A demanda é determinística, o número de veículos é limitado e os veículos fazem entregas a vários clientes (múltiplas entregas).

Dror e Levy (1986) desenvolveram idéias similares a Dror, Ball e Golden (1985). Utilizaram um modelo semelhante de programação, para um horizonte de tempo de uma semana, aplicando trocas de nós e arcos para reduzir custos no horizonte de

planejamento. O horizonte é reduzido de uma base anual para uma base semanal, ou seja, a solução para o problema de estoque e roteirização para uma base de tempo anual consiste de uma seqüência de soluções semanais consecutivas, que gera rotas diárias. Os clientes são reabastecidos por um depósito central, e o objetivo é minimizar o custo anual de distribuição de forma que não haja falta de estoque para nenhum cliente em nenhum momento. A partir de uma solução inicial de um problema de roteirização de veículo (VRP), são apresentadas três heurísticas de melhoria, que são capazes de examinar e operar todas as rotas simultaneamente, baseadas no conceito de trocas de nós em uma única rota ou entre várias rotas, similar a trocas de arcos em uma única rota. Este conceito de troca de nós ou troca de posições de clientes em uma rota ou entre rotas gera melhorias devido à flexibilidade de trocas de posições de dois nós de clientes, um nó, ou mesmo excluir ou inserir nós da solução de roteirização de veículos. Todos os três procedimentos são aplicados para o problema de estoque e roteirização (IRP) e melhoram a solução inicial do algoritmo de Clark & Wright em torno de 50%.

Dror e Ball (1987) seguiram as mesmas idéias de Dror, Ball e Golden (1985) e Dror e Levy (1986). O objetivo é minimizar o custo anual de entrega e falta de estoques. O problema anual é reduzido em uma série de subproblemas semanais. O número de veículos é limitado, múltiplas entregas e a frota de veículos é homogênea. Uma política ótima de reabastecimento baseada em um único cliente é desenvolvida tanto para o caso de demanda determinística quanto estocástica. A estratégia de solução é baseada na heurística de Fischer e Jaikumar (1981) para o problema de roteirização de veículos, e consiste na determinação dos dias de atendimento dos clientes pela resolução de um problema de alocação generalizada (*generalized assignment problem*), seguido da determinação dos roteiros de cada dia de atendimento por meio de uma versão modificada da heurística de Clarke e Wright (1964). Após este resultado, aplica-se uma heurística de melhoria baseada na busca local.

Larson (1988) propôs um método baseado na heurística das economias de Clarke e Wright (1964), que é aplicado com sucesso ao problema de coleta e transporte de resíduos gerados em estações de tratamento de água da cidade de Nova Iorque. O método considera rotas fixas para a coleta dos resíduos das estações de tratamento de esgoto, a consolidação em estações de transbordo, e o posterior transporte até seu destino final em alto mar. É importante ressaltar que neste caso, as demandas ou as quantidades de resíduos a serem coletados, não são determinísticas, mas seguem uma distribuição normal, sendo, no entanto, tratadas como determinísticas a partir da especificação prévia de um nível de serviço. A utilização de rotas fixas faz com que alguns clientes tenham uma frequência de visitas muito maior do que a necessária. Neste modelo todos os clientes de uma rota fixa são visitados no mesmo dia, mesmo os que não haja necessidade de atendimento iminente.

Benjamin (1989) estudou o problema de distribuição de vários fornecedores para vários clientes, considerando custos de estoque nos fornecedores, nos clientes e nos custos de transporte. Partindo da decomposição do problema e da solução, de maneira independente, das etapas de determinação do lote econômico de produção, do problema de transporte e da determinação do lote econômico de pedido, e considerando que a solução exata do problema envolve a resolução de um problema de programação não linear, viável apenas para instâncias de menor porte, o autor apresenta uma heurística para a resolução simultânea dos três subproblemas de uma maneira conjunta. O modelo não considera roteiros de entrega, e sim apenas distribuição direta fornecedor-consumidor através de viagens redondas. O modelo considera demanda determinística, número de veículos ilimitado e um horizonte de tempo de longo prazo.

Chien, Balakrishnan, e Wong (1989) propuseram um modelo de programação inteira para resolver o problema de um único dia, baseado nas idéias de Federgruen e Zipkin (1984) e Golden, Assad, e Dahl (1984), descritas no item 3.2 para demandas estocásticas. Mas no modelo de Chien, Balakrishnan e Wong os dias não são independentes, um dia influencia no outro, e as demandas são determinísticas. O problema é formulado a partir de um modelo de programação inteira mista que aloca da melhor forma possível a distribuição de estoques da fábrica para os clientes, agrupa os clientes em rotas e roteiriza. Um método de relaxação Lagrangiano e um método heurístico são usados para resolver o problema. O problema principal é decomposto em um subproblema de alocação de estoques e um subproblema de roteirização de veículos. Os clientes são abastecidos a partir de um único depósito e a quantidade de mercadorias entregues aos clientes é limitada. A demanda é determinística, o número de veículos é limitado, múltiplas entregas, o horizonte de planejamento é reduzido. O problema de multi-período é decomposto em séries de subproblemas de um único período usando função objetivo de um único período.

Anily e Federgruen (1990) desenvolveram uma heurística que minimiza os custos de estoque e transporte para um horizonte infinito de forma que todos os clientes sejam atendidos. O Problema de Estoque e Roteirização adota demanda determinística constante, número de veículos ilimitado, múltiplas entregas, horizonte de planejamento de longo prazo. Assume-se que as demandas dos clientes são múltiplas de uma taxa base. Os custos de estoques são iguais para todos os clientes. Os custos de transporte incluem custos fixos (leasing ou aluguel) e custos variáveis proporcional à distância total Euclidiana. Os clientes são abastecidos a partir de um único depósito. Os estoques são mantidos nos clientes e não no depósito. Os clientes são divididos em regiões, de modo que a demanda de cada região seja igual à capacidade do veículo. Um cliente pode pertencer a mais de uma região. Quando o veículo visita um cliente na região, todos os clientes são visitados. Cada veículo é designado para uma região, e decide-se quanto entregar para cada cliente, a frequência e a seqüência da rota. Este modelo adota, portanto, uma política de partição de clientes, definindo conjuntos fixos de clientes que serão tratados como regiões de atendimento.

Gallego e Simchi-Levi (1990) desenvolveram um modelo baseado nas idéias de Anily e Federgruen (1990), baseado na política de partição de clientes, para avaliar a eficácia de entregas diretas fornecedor-consumidor em um horizonte de longo prazo. O sistema de distribuição consiste de um único depósito e vários clientes dispersos geograficamente. O modelo considera demanda determinística constante, frota de veículos ilimitada, horizonte de longo prazo. Os estoques são mantidos apenas nos clientes e não no depósito. A conclusão é que este modelo é mais eficaz em relação a outras estratégias de problemas de roteirização e estoque em pelo menos 94% dos casos, na condição que o tamanho do lote seja pelo menos 71% da capacidade do veículo. Portanto, o modelo não é viável quando a quantidade de mercadorias a ser entregue aos clientes for muito menor que a capacidade do veículo.

A heurística de Anily e Federgruen (1990) foi criticada por Hall (1991), que mostrou que o modelo superestima os custos de distribuição quando do fracionamento da demanda dos clientes, uma vez que não se considera a possibilidade de coordenação entre as entregas ou compartilhamento dos estoques. Em resposta às críticas recebidas, Anily e Federgruen (1991) argumentam que tais deficiências são inerentes à política de abastecimento adotada, em que cada região da partição é tratada independente das demais, mesmo que alguns pontos de entrega de várias regiões correspondam a um mesmo cliente físico. Segundo os autores, a heurística não deve ser avaliada

exclusivamente pelo desempenho do pior caso ou sua comparação com o mínimo custo possível, devendo ser consideradas também aspectos positivos tais como a facilidade de implementação e administração da estratégia de solução proposta.

Speranza e Ukovich (1994) estudaram o problema da distribuição de múltiplos produtos no caso de entregas diretas. O problema consiste em determinar as frequências das entregas de cada produto com o objetivo de minimizar os custos de transporte e estocagem. Os autores separam o problema segundo uma frequência de atendimento adotada: única ou múltipla, e segundo o tipo de consolidação adotado: por frequência ou por instante de atendimento. O problema é modelado como programação linear inteira ou inteira mista.

A partir das idéias de Gallego e Simchi-Levi (1990), Bramel e Simchi-Levi (1995) consideraram uma variação do problema de roteirização e estoque no qual os clientes podem ter um nível de estoques ilimitado. O problema foi transformado em um problema de localização do concentrador capacitado (CCLP – *capacitated concentrator location problem*). Para que o modelo tenha solução, resolve-se o CCLP, e transforma-se a solução em uma solução para o IRP. A solução para o CCLP divide os clientes em grupos que são servidos da mesma forma que as regiões de Anily e Federgruen (política de partição fixa).

Uma pequena variação do problema de estoque e roteirização é a estratégia do problema de estoque e roteirização discutida por Webb e Larson (1995), que tem como objetivo minimizar o número de veículos para a entrega de mercadorias aos clientes a partir de um único depósito em Problemas de Estoque e Roteirização. A informação é baseada na taxa de consumo dos clientes. O número mínimo de veículos deve ser capaz de continuar atendendo todos os clientes mesmo que haja uma variação na taxa de consumo dos clientes. Os clientes são divididos em grupos (*clusters*), e determina-se o roteiro para cada cluster. A partir daí, determina-se o número de veículos necessários. Os clientes podem pertencer a mais de uma rota. A seqüência de rotas é criada usando um modelo que minimiza a utilização do veículo, conseqüentemente minimiza o número de veículos. No modelo original de Larson (1988) todos os clientes de uma rota são visitados no mesmo dia, mesmo que não haja necessidade de atendimento iminente. Já no modelo de Webb e Larson (1995), os clientes são atendidos apenas quando necessário, resultando na otimização do custo da frota.

Herer e Levy (1997) trataram de uma versão do problema em que são considerados também os custos de manutenção de estoques e falta de produto. Os autores propuseram uma heurística para a programação com um horizonte semanal que determina a melhor data para abastecimento, de forma a estabelecer uma distância temporal entre clientes, a partir da qual as rotas são formadas com base no método das economias proposto por Clarke e Wright (1964).

Chan, Federgruen e Simchi-Levi (1998) analisam a política de estoque zero, no qual o nível de estoque do cliente é reabastecido somente quando não há estoque. O Problema de Estoque e Roteirização adota demanda determinística, número de veículos ilimitado, múltiplas entregas e um horizonte de planejamento de longo prazo. Eles também propõem uma heurística de partição de clientes baseada na resolução de um problema de localização de concentrador capacitado (*Capacitated Concentrator Location Problem* – CCLP), similar a de Bramel e Simchi-Levi (1995).

O Problema de estoque de coleta e entrega de mercadorias é bastante semelhante ao problema de estoque e roteirização. No problema de coleta e entrega de estoques trabalha-se com um único produto, múltiplos pontos de demanda e múltiplos veículos.

Christiansen e Nygreen (1998a, 1998b) desenvolveram uma formulação deste método com janelas de tempo. Christiansen (1999) desenvolve modelo similar.

Bertazzi *et al.* (2002) estudaram um problema de roteirização e estoques que determina a rota do veículo para cada instante de tempo discreto. Cada cliente tem um nível máximo e mínimo de estoque. A demanda é determinística, trabalha-se com apenas um veículo. A cada instante um cliente é visitado e seu estoque é reabastecido até o nível máximo. Os autores consideram o impacto de diferentes funções objetivo.

Campbell *et al.* (2002) decompõem o problema em duas etapas. Na primeira fase é resolvido um problema de programação inteira mista que determina as quantidades a serem entregues aos clientes, os dias de atendimento e a designação de clientes por rotas. Na segunda fase determina-se a programação efetiva das rotas a partir dos resultados obtidos na primeira fase. Os autores propõem um procedimento de agregação geográfica de clientes e uma agregação dos períodos de tempo à medida que se avança o horizonte de planejamento. Portanto, para o início do período de planejamento é gerada uma roteirização diária, ao passo que para o final do período gera-se uma roteirização semanal.

3.2 Problema de Estoque e Roteirização com demanda estocástica

O problema de Fisher e Jaikumar (1981) descrito no item 3.1 considera tanto demanda determinística quanto estocástica.

Federgruen e Zipkin (1984) estudaram o Problema de Roteirização e Estoque para um único dia baseado nas idéias do Problema de Roteirização Tradicional. O problema consiste em determinar, a cada dia, quais clientes visitar, quanto entregar para cada cliente e quais as rotas seguir, de forma a minimizar os custos de transporte, estoque e falta no final do dia. O problema foi modelado como Programação inteira não linear. Devido aos custos de armazenagem e falta, e a quantidade limitada de estoque, nem todos os clientes são visitados todos os dias. Quando muito complexo, o problema pode ser decomposto em subproblemas, como um problema de alocação de estoque que determina os custos de estoque e falta, e vários Problemas do Caixeiro Viajante, um para cada veículo, que define os custos de transporte para cada veículo. A idéia é construir uma solução inicial e melhorar a solução alternando os clientes entre as rotas. O algoritmo termina quando não há mais melhora na solução. A demanda é estocástica, o número de veículos é limitado, múltiplas entregas, o horizonte de planejamento é de curto prazo e os custos de manutenção e falta de estoques são não-lineares.

Golden, Assad e Dahl (1984) também desenvolveram uma heurística para resolver o mesmo problema de Federgruen e Zipkin (1984). Eles usaram um modelo de simulação. O objetivo é minimizar os custos em um único dia mantendo um nível de estoques adequado para todos os clientes. A heurística define a “urgência” de cada cliente, que é determinada pelo nível de estoque disponível. Clientes com alta taxa de urgência têm prioridade durante a entrega de mercadorias. O Problema do Caixeiro Viajante é construído. O tempo máximo de viagem permitido (TMAX) é determinado pelo número de veículos multiplicado pelo tempo disponível em um dia. Os clientes são adicionados até que o limite seja alcançado ou não haja mais clientes. Cada cliente atingirá o nível máximo de estoque quando receber mercadoria. Se o modelo não tiver solução, atribui-se um valor menor para TMAX. A demanda é estocástica, o número de veículos é limitado, múltiplas entregas, o horizonte de planejamento é de curto prazo.

O modelo de Dror e Ball (1987) descrito no item 3.1 também considera demanda estocástica.

Trudeau e Dror (1992) se basearam nas idéias de Dror, Ball e Golden (1985) e Dror e Ball (1987) e contribuíram nesta linha. O modelo considera demanda estocástica, número de veículos limitado, múltiplas entregas e um horizonte de planejamento reduzido. Um depósito central abastece os clientes. O objetivo é construir diariamente rotas de veículos que resulte em uma operação eficiente para um horizonte de longo prazo, de modo que não haja falta de produto. A eficiência da operação é medida pela média das unidades entregues durante uma hora. É importante que um horizonte de curto prazo consiga projetar o objetivo de um horizonte de longo prazo. Quando a demanda dos clientes de uma determinada rota excede a capacidade do veículo, ocorre falta de estoque e o veículo retorna ao depósito para reabastecer o restante dos clientes. Esta ocorrência chama-se “route failure”.

O modelo de Anily e Federgruen (1993), que trata da distribuição de um único produto, considera demanda estocástica, frota de veículos ilimitada e homogênea, múltiplas entregas e um horizonte de planejamento de longo prazo. O sistema de distribuição é feito a partir de um único depósito, que também serve como ponto de armazenagem, devendo incluir no modelo o custo de estoque e a capacidade do depósito, assim como o custo de reposição do estoque no depósito. Os autores propõem uma política de partição fixa similar a Anily e Federgruen (1990), porém nesse caso os intervalos entre atendimentos são arredondados para potências de dois. Este artifício permite que seja estimado o custo da política proposta em relação a resultados encontrados na literatura, o que segundo os autores não excede 6%. O modelo considera custos de estoques iguais para todos os clientes e os custos de transporte incluem custos fixos (leasing ou aluguel) e custos variáveis proporcional à distância total Euclidiana. O objetivo é minimizar os custos de estoque, transporte e pedidos num horizonte de longo prazo.

Minkoff (1993) propôs uma heurística de decomposição para reduzir os esforços computacionais. O modelo considera demanda estocástica, número de veículos ilimitado, múltiplas entregas e um horizonte de planejamento de longo prazo.

Bassok e Ernst (1995) consideram o problema de entrega de múltiplos produtos aos clientes. A demanda é estocástica, o número de veículos é ilimitado, múltiplas entregas, o horizonte de planejamento é de curto prazo.

Jaillet *et al.* (1997) também seguiram as idéias de Dror e Levy (1986), Dror, Ball e Golden (1985), Dror e Ball (1987) e Trudeau e Dror (1992). O problema determina a programação para as próximas duas semanas, mas implementando somente a primeira semana. Há um depósito central que reabastece os clientes com o objetivo de não haver falta de estoque, mas também inclui a idéia de “satellite facilities”. “Satellite facilities” são outros locais além do depósito onde os veículos podem ser reabastecidos e continuar a entrega de mercadorias. É feita uma análise semelhante à de Dror e Ball para determinar o dia ótimo de reabastecimento para cada cliente, que determina a frequência ótima de entrega de mercadorias. A diferença é que apenas clientes que tem o dia ótimo de reabastecimento dentro das próximas duas semanas são incluídos no problema de programação. Calculam-se também os custos adicionais quando se muda a próxima visita de um cliente para um outro dia, porém mantendo a rota ótima para os futuros dias. O modelo considera demanda estocástica.

Barnes-Schuster e Bassok (1997) estudaram o Problema de Estoque e Roteirização aplicado a um único cliente. A demanda é estocástica, o número de veículos é ilimitado e o horizonte de planejamento é de longo prazo.

Bard *et al.* (1998) também estudaram um modelo de decomposição para o Problema de Estoques e Roteirização com “satellite facilities” (Jaillet *et al.*, 1997). É apresentada

uma metodologia que permite decompor um problema de longo prazo, e assim resolvê-lo diariamente. Determina-se a frequência ótima de reabastecimento para cada cliente, similar às idéias de Dror, Ball e Golden (1985) e de Dror e Ball (1987), para um horizonte de tempo de duas semanas. O modelo considera demanda estocástica, número de veículos limitado, múltiplos clientes e um horizonte de planejamento reduzido. Um depósito central e “*satellite facilities*” reabastecem vários clientes, e o fornecimento de produtos é ilimitado. A única diferença entre o depósito e “*satellite facilities*” é que o depósito é o ponto de origem e destino de cada veículo. Os veículos saem do depósito, visitam vários clientes, reabastecem em um dos “*satellite facilities*” se necessário, atendem outro subgrupo de clientes, reabastecem novamente em um dos “*satellite facilities*”, e no final da rota retornam ao depósito. As entregas em um determinado dia devem ser completadas dentro de um intervalo de T horas. Três heurísticas são desenvolvidas para resolver o problema de roteirização de veículos com “*satellite facilities*”. O objetivo é minimizar os custos de entregas anuais de modo que não haja falta de estoques em nenhum momento. Os veículos retornam ao depósito central no final do dia. O desempenho é medido através de dois parâmetros: a distância percorrida e o custo incremental total.

Reiman *et al.* (1999) desenvolveram três tipos de problemas de estoque e roteirização com um único veículo. A demanda é estocástica, o número de veículos é limitado, entregas para um único cliente ou vários clientes, o horizonte de planejamento é de longo prazo.

Çetinkaya e Lee (2000) estudaram um problema onde o vendedor acumula pedidos durante um intervalo de tempo T , e após o final do intervalo de tempo são feitas as entregas aos clientes. O modelo é estocástico, o número de veículos é ilimitado, múltiplas entregas e o horizonte de planejamento é de longo prazo.

Kleywegt, Nori e Savelsbergh (2000, 2002) estudaram um caso especial baseado em um único cliente (*direct delivery*). Este modelo considera demanda estocástica. Desenvolve-se um modelo markoviano de decisão baseado no IRP, que é resolvido por Programação dinâmica, através de métodos de aproximação.

4. Conclusões e Futuras Pesquisas

A eficiência e competitividade de cada empresa dependem do desempenho da cadeia de abastecimento, fazendo com que o ganho individual esteja diretamente inter-relacionado com o ganho total da cadeia de suprimentos. Uma das técnicas visando elevar os ganhos totais da cadeia é o VMI, que tem como objetivo a redução de custos através da integração dos componentes da cadeia logística. O Problema de Estoque e Roteirização (IRP) é resultado das novas formas de modelagem e otimização da cadeia de abastecimento baseada na idéia de integração dos diversos componentes logísticos.

O IRP é um problema de grande porte, que envolve inúmeras variáveis inteiras sendo, portanto, de difícil resolução. O objetivo deste trabalho foi estudar as principais metodologias encontradas na literatura para resolver o Problema de Estoque e Roteirização.

Como futuras pesquisas espera-se uma integração ainda maior, incorporando aspectos de produção aos modelos de estoque e roteirização. Implementação de metaheurísticas tem sido bastante utilizada em problemas de grande escala, porém sua aplicação não foi encontrada no problema estudado, o que indica um campo de pesquisa promissor a ser explorado.

Referências Bibliográficas

- Anily, S. e Federgruen, A. One Warehouse Multiple Retailer Systems with Vehicle Routing Costs. *Management Science*, v. 36, p. 92-114, 1990.
- Anily, S. e Federgruen, A. Rejoinder to Comments on One Warehouse Multiple Retailer Systems with Vehicle Routing Costs. *Management Science*, v. 37, p. 1497-1499, 1991.
- Anily, S. e Federgruen, A. Two-Echelon Distribution Systems with Vehicle Routing Costs and Central Inventories. *Operations Research*, v. 41, p. 37-47, 1993.
- Baita, F.; Ukovich, W.; Pesenti, R. e Favaretto, D. Dynamic Routing-and-Inventory Problems: A Review. *Transportation Research A*, v. 32, n. 8, p. 585-598, 1998.
- Bard, J.F.; Huang, L.; Jaillet, P. e Dror, M. A Decomposition Approach to the Inventory Routing Problem with Satellite Facilities. *Transportation Science*, v. 32, p.189-203, 1998.
- Barnes-Schuster, D. e Bassok, Y. Direct Shipping and the Dynamic Single-depot/Multi-retailer Inventory System. *European Journal of Operational Research*, v. 101, p. 509-518, 1997.
- Bassok, Y. e Ernst, R. Dynamic Allocations for Multi-Product Distribution. *Transportation Science*, v. 29, p. 256-266, 1995.
- Bell, W.; Dalberto, L.; Fisher, M.; Greenfield, A.; Jaikumar, R.; Kedia, P.; Mack, R. e Prutzman, P. Improving the Distribution of Industrial Gases with an On-Line Computerized Routing and Scheduling Optimizer. *Interfaces*, v. 13, n. 6, p. 4-23, 1983.
- Benjamin, J. An Analysis of Inventory and Transportation Costs in a Constrained Network. *Transportation Science*, v. 23, n. 3, p. 177-183, 1989.
- Bertazzi, L.; Palleta, G. e Speranza, M.G. Deterministic Order-Up-To Level Policies in an Inventory Routing Problem. *Transportation Science*, v. 36, p. 119-132, 2002.
- Blumenfeld, D.E.; Burns, L. D.; Diltz, J.D. e Daganzo, C.F. Analyzing Trade-Offs between Transportation, Inventory and Production Costs on Freight Networks. *Transportation Research B*, v. 19 B, n. 5, p. 361-380, 1985.
- Blumenfeld, D.E.; Burns, L. D.; Daganzo, C.F.; Frick, M. C. e Hall, R. W. Reducing Logistics Costs at General Motors. *Interfaces*, v. 17, n. 1, p. 26-47, 1987.
- Bramel, J. e Simchi-Levi, D. A Location Based Heuristic for General Routing Problems. *Operations Research*, v. 43, p. 649-660, 1995.
- Burns, L.D.; Hall, R.W.; Blumenfeld, D.E. e Daganzo, C. F. Distribution Strategies that Minimize Transportation and Inventory Costs. *Operations Research*, v. 33, p. 469-490 1985.
- Campbell, A.; Clarke, L.; Kleywegt, A. e Savelsbergh, M.W.P. The Inventory Routing Problem. In: Fleet Management and Logistics, Grainic, T.G., Laporte, G. (eds), Kluwer Academic Publishers, p. 95-112, 1998.
- Campbell, A.; Clarke, L.; Savelsbergh, M.W.P. Inventory Routing in Practice. In: The Inventory Routing Problem, Toth, P., Vigo, D. (eds), SIAM monographs on discrete mathematics and applications, p. 309-330, 2002.
- Çetinkaya, S. e Lee, C.Y. Stock Replenishment and Shipment Scheduling for Vendor Managed Inventory Systems. *Management Science*, v. 46, p. 217-232, 2000.
- Chan, L.M.A.; Federgruen, A. e Simchi-Levi, D. Probabilistic Analysis and Practical Algorithms for Inventory-Routing Models. *Operations Research*, v. 46, p. 96-106, 1998.
- Chien, T.W.; Balakrishnan, A. e Wong; R.T. An Integrated Inventory Allocation and Vehicle Routing Problem. *Transportation Science*, v. 23, p. 67-76, 1989.
- Christiansen, M. Decomposition of a Combined Inventory and Time Constrained Ship Routing Problem. *Transportation Science*, v. 33, p. 3-16, 1999.
- Christiansen, M. e Nygreen, B. A Method for Solving Ship Routing Problems with Inventory Constraints. *Annals of Operations Research*, v. 81, p. 357-378, 1998a.
- Christiansen, M. e Nygreen, B. Modelling Path Flows for a Combined Ship Routing and Inventory Management Problem. *Annals of Operations Research*, v. 82, p. 391-412, 1998b.

- Clarke, G. e Wright, J.W. Scheduling of Vehicles from a Central Depot to a Number of Delivery Points. *Operations Research*, v. 12, p. 568-581, 1964.
- Dror, M. e Ball, M. Inventory/ Routing: Reduction from an Annual to a Short Period Problem. *Naval Research Logistics Quarterly*, v. 34, p. 891-905, 1987.
- Dror, M.; Ball, M. e Golden, B. A Computational Comparison of Algorithms for the Inventory Routing Problem. *Annals of Operations Research*, v. 4, p. 3-23, 1985.
- Dror, M. e Levy, L. Vehicle Routing Improvement Algorithms: Comparison of a “Greedy” and a Matching Implementation for Inventory Routing. *Computers and Operations Research*, v. 13, p. 33-45, 1986.
- Federgruen, A. e Zipkin, P. A Combined Vehicle Routing and Inventory Allocation Problem. *Operations Research*, v. 32, p. 1019-1037, 1984.
- Fisher, M. e Jaikumar, R. A Generalized Assignment Heuristic for Vehicle Routing. *Networks*, v. 11, p. 109-124, 1981.
- Gallego, G. e Simchi-Levi, D. On the Effectiveness of Direct Shipping Strategy for the One-Warehouse Multi-Retailer R-Systems. *Management Science*, v. 36, p. 240-243, 1990.
- Golden, B.; Assad, A. e Dahl, R. Analysis of a large scale vehicle routing problem with an inventory component. *Large Scale Systems*, v. 7 (2-3), p. 181-190, 1984.
- Hall, R.W. Comments on One-warehouse multiple retailer systems with vehicle routing costs. *Management Science*, v. 37, n. 11, p. 1496-1497, 1991.
- Herer, Y.T. e Levy, R. The metered inventory routing problem, an integrative heuristic algorithm. *International Journal of Production Economics*, v. 51, p. 69-81, 1997.
- Jaillet, P.; Huang, L.; Bard, J. e Dror, M. A Rolling Horizon Framework for the Inventory Routing Problem. Technical report, Department of Management Science and Information Systems, University of Texas, Austin, TX, 1997.
- Kleywegt, A.J.; Nori, V.S. e Savelsbergh, W.P. The Stochastic Inventory Routing Problem with Direct Deliveries. School of Industrial and Systems Engineering, Georgia Institute of Technology, Atlanta, GA 30332-0205, 2000.
- Kleywegt, A.J.; Nori, V.S. e Savelsbergh, W.P. Dynamic Programming Approximations for a Stochastic Inventory Routing Problem. School of Industrial and Systems Engineering, GA 30332-0205, 2002.
- Kleywegt, A.J.; Nori, V.S. e Savelsbergh, W.P. The Stochastic Inventory Routing Problem with Direct Deliveries. *Transportation Science*, v. 36, p. 94-118, 2002.
- Larson, R.C. Transporting Sludge to the 106-Mile Site: An Inventory/Routing Model for Fleet Sizing and Logistics System Design. *Transportation Science*, v. 22, p. 186-198, 1988.
- Lee, H. L. e Nahmias, S. Single-Product, Single-Location Models. In: Handbooks in Operational Research and Management Science, v. 4: Logistics of Production and Inventory., S. C. Graves, A. H.G. Rinnooy Kan, P. H. Zipkin (eds), Noth-Holland, p. 3-55 1993.
- Minkoff, A.S. A Markov Decision Model and Decomposition Heuristic for Dynamic Vehicle Dispatching. *Operations Research*, v. 41, p. 77-60, 1993.
- Reiman, M.I.; Rubio, R.; Wein, L.M. Heavy Traffic Analysis of the Dynamic Stochastic Inventory-Routing Problem. *Transportation Science*, v. 33, p. 361-380, 1999.
- Speranza, M.G. e Ukovich, W. Minimizing Transportation and Inventory Costs for Several Products on a Single Link. *Operations Research*, v. 42, n. 5, p. 879-894, 1994.
- Trudeau, P. e Dror, M. Stochastic Inventory Routing: Route Design with Stockouts and Route Failures. *Transportation Science*, v. 26, p. 171-184, 1992.
- Webb, R.; Larson, R. Period and Phase of Customer Replenishment: A New Approach to the Strategic Inventory/Routing Problem. *European Journal of Operational Research*, v. 85, p. 132-148, 1995.
- Znamenky, A. e Cunha, C.B. O problema de estoque-roteirização com demanda determinística. *Revista Transportes*, v. XI, p. 31-40, dezembro 2003.
- 2º Congresso ECR Brasil. *O ECR no Brasil-Scorecard*, São Paulo, 2000.